Optica — Instrumentos Astronom

PRINCIPIOS
DE
OPTICA

APPLICADOS Á CONSTRUCÇÃO

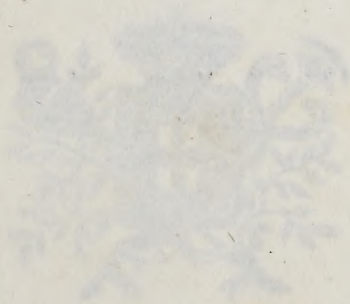
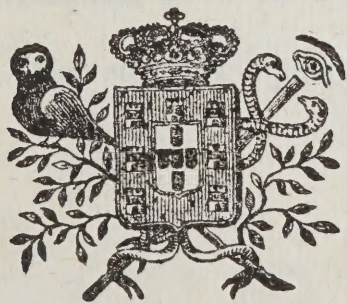
DOS

INSTRUMENTOS ASTRONOMICOS;

PARA USO DOS ALUMNOS, QUE FREQUENTÃO
O OBSERVATORIO DA MARINHA.

POR

MATTHEUS VALENTE DO COUTO,

Director do sobreditto Observatorio, e Socio da
Academia Real das Sciencias de Lisboa.

LISBOA:

NA TYPOGRAFIA DA MESMA ACADEMIA.

1836.

ARTIGO
EXTRAHIDO DAS ACTAS
DA
ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS

DA SESSÃO DE 30 DE SETEMBRO DE 1835.

Determina a Academia Real das Sciencias, que sejão impressas á sua custa, e debaixo do seu Privilegio, os Principios da Optica Geral, com suas Applicações á construcção dos Instrumentos Astronomicos, *que lhe forão apresentados pelo seu Socio Mattheus Valente do Couto. Secretaria da Academia em* 30 *de Abril de* 1835.

Joaquim José da Costa de Macedo,

Secretario Perpetuo da Academia.

Erratas da Obra.

Pag.	linh.	Lê-se	Lêa-se
5	* 1	*tres milhões* etc.	*Cento e cincoenta milhões* etc.
	* 4	2893727	50×2893727
13	* 9	d	d_3
21	* 15	no vertice O	entre o vertice O, e o plano GQ
30	13	sempre,	sempre positiva
30	* 3	terços	termos
30	* 8	$2 = EF$	$2 = EF'$
30	* 10	(a) e (b)	(A) e (B)
37	9	da sua	da do *meio* que tem atravessado
38	* 9	que o raio	que, a experiencia mostra, que o raio
47	10	radiante	radiante no *eixo*
	10	E e F	E e E'
48	3	$+E'II$	$+E'I'I$
	15	E	E'
49	9	N	N'
	* 15	$(n-1)\, de$	$(n-1)^2 de$
52	10	$A'OB$	$AO'B$
	* 1	14	13
55	3	$d = ($	$d' = ($
95	4	$-\delta(BAN)$	$+\delta(BAN)$
96	6	(Catopt.)	(Dioptrica)

Erratas das Figuras.

Na (fig.2) da Dioptrica, a letra R que lhe fica por baixo he R′; e na (fig.13) faltão as letras O e O′, onde os arcos $a'b'$ e ab cortão a recta RE.

Na (fig.2) dos Instr. astron., a letra I que está em EF he hum *i* pequeno; e na (fig.3) falta a letra D no triang. VAD similhante a VIC.

Falta r na fig. 8 da Dioptrica.

N.B. Ponho este signal * antes do num. da linha, quando conto as linhas de baixo para cima.

ADVERTENCIA.

Sendo huma das obrigações, imposta pelos Estatutos do nosso Observatorio, explicar a construcção e uso dos instrumentos astronomicos aos Alumnos, que são obrigados a frequentallo; e não trazendo elles idéa alguma prévia dos principios de Optica para poderem entender a mencionada explicação; era preciso, todos os annos, supprir esta falta, já por meio de folhas manuscriptas, que se lhes davão para copiar, já por meio de huma explicação oral com o instrumento á vista: pareceo-nos por isso conveniente compilar, neste breve Resumo, aquelles principios de Optica, que julgámos sufficientes para servir, como preliminar, ás lições praticas dos sobredittos Alumnos; a fim de poderem formar huma idéa clara e distincta de como esses principios se tem podido tão felizmente applicar á construcção dos sobredittos instrumentos, para os tornar mais maneiros, e levallos áquelle gráu de perfeição que tem adquirido nestes ultimos tempos. Tal era o fim a que nos propunhamos.

Introducção.

Observa-se constantemente, que se não póde vêr qualquer objecto, senão pelo intermedio da luz. Ignora-se porêm o como ella opera em nossos olhos este effeito da visão; e por isso tem-se imaginado differentes hypotheses para o explicar, entre as quaes a mais seguida he fundada na experiencia seguinte: Se, em huma Camera ás escuras, tivermos huma esfera ôca de metal, cuja superficie esteja toda crivada de orificios; e se no centro della posermos huma luz: observaremos, que por todos esses orificios sahem huns filetes rectilineos de luz em direcções perpendiculares á dita superficie esferica, os quaes, indo encontrar outra superficie concava de hum segmento de outra esfera maior e concentrica, a tornão toda matizada de pequenas figuras illuminadas sobre hum fundo escuro; e estas figuras illuminadas são semelhantes ás figuras dos seus orificios correspondentes: porêm as figuras illuminadas, que se observarem nas paredes, no tecto, e no pavimento da camera serão mui dissimilhantes ás dos orificios, e mui desigualmente illuminadas.

Tal he a experiencia de que se póde deduzir a hypothese a mais seguida, que he a seguinte: Supporemos (com Newton) que *qualquer ponto de luz* (a que se chama ponto radiante) *emitte de si continua e successivamente para todos os lados, moleculas tenuissimas, animadas de huma grande velocidade em direcções rectilineas;* de maneira que toda a recta, que sahe de hum ponto radiante, póde considerar-se, como hum raio de luz formado por huma infinidade dessas moleculas: assim qualquer raio de luz conserva a sua direcção rectilinea, em quanto atravessa hum *meio homogeneo*, isto he, hum fluido igualmente denso. Mas se o raio de luz encontra na sua direcção rectilinea outro *meio* de dif-

ferente densidade, que possa atravessar; observa-se, que elle se quebra logo, á entrada desse novo *meio*, para seguir outra nova direcção rectilinea, a qual fórma com a primeira hum angulo no ponto da entrada; e formão-se assim tantos angulos, quantas forem as differentes densidades dos *meios*, por onde esse raio passar. Finalmente se o raio de luz encontra hum corpo opáco (que por isso o não póde atravessar) tambem se quebra logo no ponto do encontro, voltando, para fóra do corpo, em huma nova direcção rectilinea, que fórma hum angulo com a primeira direcção; e formão-se assim tantos angulos, quantos forem os corpos opácos, que encontrar nas suas differentes direcções. Taes são os principios do movimento, que segue qualquer raio de luz que partindo de hum ponto radiante, depois de varios desvios de sua direcção primitiva, entra finalmente no olho do observador com a ultima direcção que tem; e he por esta mesma direcção ultima que o observador vê o dito ponto radiante.

A' Sciencia fysico-mathematica, que trata desta propagação da luz, e da visão, da-se-lhe em geral o nome de Optica.

Mas para poder tratar methodicamente esta Sciencia; divide-se a Optica geral em tres partes; a saber: Optica propriamente ditta; Dioptrica; e Catoptrica. A *Optica* trata da propagação da luz directa; a *Dioptrica* da luz refracta, na passagem dos meios de differentes densidades; e a *Catoptrica* da luz reflexa, no encontro dos corpos opácos.

Esta sciencia não he, como todos sabem, huma sciencia de mera curiosidade, que se limite somente a conhecer a direcção, que hum raio de luz, que parte de hum ponto radiante, seguiria no espaço, atravessando meios diafanos, ou encontrando corpos opácos. Mas ella tem effectivamente huma applicação immediata aos usos da vida, e aos progressos das sciencias naturaes; e especialmente das sciencias fysico-mathematicas. E com effeito: nem o myope com sua vista mui curta, nem o présbyta com sua vista mui cançada,

poderião vêr distinctamente os objectos a certas distancias (ficando por isso naturalmente impossibilitados de poderem fazer qualquer applicação á leitura, ao desenho, á pintura, etc.) se não fosse pelo soccorro de oculos, cujos vidros, por sua concavidade, ou convexidade, os fazem vêr os objectos tão clara e distinctamente, como qualquer outro, que tem huma vista boa.

E sem fazer agora huma enumeração prolixa e circunstanciada a respeito da grande vantagem, que tem resultado ás artes e ás sciencias pelo auxilio da Optica; basta reflectir sobre os agigantados passos, que tem dado a Astronomia, depois da descoberta, e aperfeiçoamento, a que tem chegado as lunetas astronomicas achromaticas, telescopios, etc. E he tão manifesta a grande utilidade desta sciencia, que nem ao menos por sofismas póde ser contrariada: pois qualquer pessoa deseja conservar a sua vista, e vêr bem. Tal he a sciencia, que faz o objecto deste Compendio, ou breve Exposição dos principios de Optica.

PRINCIPIOS DA OPTICA GERAL.

PARTE I.

DA OPTICA PROPRIAMENTE DITTA.

ARTIGO I.

Hypotheses e Definições.

1. *Hypothese.* SUPPÕE-SE que todo o ponto fysico de luz propria emitte ou lança de si (contínua e successivamente, para todos os lados, em direcções rectilineas) moleculas tenuissimas, animadas de grandissima velocidade (*); de maneira que fique assim forma-

(*) Tem-se achado (pelas observações dos satellites de jupiter) que a luz percorre mais de 50 raios terrestres em 1″ de tempo; e como a grandeza do raio terrestre he de 6366200 metros: logo, a velocidade da luz (avaliada em metros) he, pelo menos, de 318310000 metros em 1″ de tempo; ou (avaliada em braças portuguezas) será de 2893727 braças em 1″ de tempo. Mas se suppósermos (conforme alguns Authores) que a ditta velocidade seja quasi de 52 raios terrestres em 1″ de tempo: então esta *velocidade* (avaliada em braças) será de *tres milhões de braças em hum segundo de tempo.*

da huma esfera, cujo centro seja o dito ponto de luz; e cada hum de seus raios seja huma serie não interrompida dessas moleculas; bem como se suppõe huma linha recta formada de pontos. E que, quando algum desses raios luminosos percute os nossos olhos, nós vemos logo (pela direcção deste raio) o ditto ponto de luz propria.

Definições.

2. *Ponto radiante* he todo o ponto de luz propria, que lança de si (em todo o sentido) raios luminosos, conforme a hypothese antecedente.

3. *Esfera de irradiação* chamaremos áquella que tiver por centro hum ponto radiante. Qualquer de seus raios chamar-se-ha *raio simples* ou *raio directo de luz.* E qualquer de seus sectores de base indefinidamente pequena (*) chamar-se-ha *raio composto* ou *raio conico de luz.*

4. *Construcção da fig.* 1.ª Denote R hum ponto radiante, que está no centro de muitas esferas concentricas ama', bnb', coc', etc. (**) e seja RM hum raio de luz directo, que encontre as superficies concavas dessas esferas nos pontos a, b, c, d, etc.; e RN outro raio, que as encontre nos pontos a', b', c', etc. Represente agora Raa', Rbb', Rcc', etc., os tres sectores esfericos correspondentes. Tire-se hum terceiro raio RP tão proximo de RM quanto se quizer, o qual encontre as sobredittas superficies nos pontos m, n, o, etc.

5. *Scholio.* Os sectores indefinidamente pequenos

(*) *Indefinidamente pequena*: quer dizer, que a base desses sectores se póde suppor tão pequena, quanto for preciso para simplificar o calculo das formulas algebricas, e poder assim obter huma approximação tal, que não produza erro notavel nas applicações, que dellas fizermos á pratica.

(**) Por não complicar a fig. 1.ª, he que representámos as esferas pelos seus circulos maximos; e os sectores esfericos por sectores circulares. Deve por tanto imaginar-se o volume dessas esferas, como composto dos sobredittos sectores esfericos indefinidamente pequenos.

Ram, *Rbn*, *Rco*, etc., são (n.° 3) os raios conicos de luz; cujas bases *co*, *bn*, *am*, etc., poderão servir de unidade para medir as bases *cc'*, *bb'*, *aa'*, etc., dos sectores similhantes *Rcc'*, *Rbb'*, *Raa'*, etc.

6. *Hypothese*. Supporemos que, o espaço em que se move qualquer raio de luz, seja sempre o volume (fig. 1) *Rcc'* de hum sector esferico; e que elle sempre esteja cheio de hum mesmo, ou de differentes fluidos; ou de huma materia tal, que possa ser atravessada por qualquer raio de luz.

Definições.

7. Quando a materia, conteuda no sobreditto sector, poder ser atravessada por qualquer raio de luz, chama-se a esta hum *Meio diáfano*.

8. Quando o fluido conteudo no sector *Rcc'*, se achar cortado em tres porções (por exemplo) *Raa'*, *aa'bb'*, *bb'cc'*, etc., e cada huma destas porções for hum meio de igual densidade; chamaremos a estas porções, *Meios homogeneos*. Porêm se cada huma destas porções for de differente densidade, chamar-lhes-hemos *Meios heterogeneos* (*).

9. Quando porêm a materia, conteuda em alguma das sobredittas porções, for de tal natureza, que se não deixe penetrar por qualquer raio de luz; então esta porção impenetravel ao raio de luz chama-se *Corpo opáco* (**).

(*) Differentes porções de hum mesmo fluido podem ser *meios heterogeneos*: como, por exemplo, o ar que póde estar mais condensado em humas partes, e rarefeito em outras, por certas causas fysicas: por tanto, quando a sua densidade for differente em differentes porções delle, serão então estas porções, *meios heterogeneos*.

(**) A experiencia tem feito vêr, que não ha em a Natureza corpos perfeitamente *diáfanos*, nem perfeitamente *opácos*. Porque os corpos diáfanos conhecidos, que se deixão penetrar por hum raio conico de luz; como a agua, o vidro, etc.; esses mesmos repellem logo de si parte dos raios simplices, que formão esse raio conico, que os penetra; e ainda mesmo, depois que o raio conico chega a entrar todo em hum corpo diáfano, vai perdendo

10. *Ponto illuminado* he todo aquelle ponto fysico, que sendo percutido por hum raio luminoso; este se reflecte até aos nossos olhos, communicando-nos a sua luz, por meio da qual vemos esse ponto, como se a luz sahíra delle.

11. *Superficie illuminada* he a que tem pontos illuminados, distribuidos por toda ella.

12. *Superficie igualmente illuminada* he aquella, cujas partes iguaes contêm hum igual numero de pontos illuminados, e igualmente distribuidos. Como sería (por exemplo) a superficie concava de huma esfera, que tivesse hum ponto radiante no centro.

13. *Superficie desigualmente illuminada* he aquella, cujas partes iguaes não contêm hum igual numero de pontos illuminados. Como sería (por exemplo) a superficie de hum plano tangente a huma esfera de irradiação: o que he facil de vêr pela (fig. 1*a*).

14. Entendemos por *Claridade* de qualquer superficie a *porção de luz* que nos communica a somma dos raios reflectidos pelos pontos illuminados, contidos na unidade dessa superficie: e *Densidade da luz* dessa superficie he a mesma somma desses raios.

15. *Clarão*, que resulta de huma superficie illuminada, he a somma de todas as claridades parciaes, ou a claridade total, que nos envia essa superficie.

16. *Intensidade da luz*, sobre qualquer superficie, he a resultante das forças parciaes, com que os raios

---

continúa e successivamente huma certa porção de seus raios simplices. O que M.r Bouguer fez vêr por suas experiencias, que de 10000 raios de luz, que partindo de hum astro que está no Zenith, atravessão a athmosfera, só chegão ao observador 8123; isto he, que em 100 raios se perdem quasi 19.

A respeito de qualquer corpo opáco, acontece tambem, que nem todos os raios simplices, que o encontrão, se reflectem para fóra delle; mas que parte desses raios são como absorvidos pelo corpo opáco, e dentro nelle se refrangem. E tambem, segundo o mesmo Bouguer, póde hum corpo suppor-se que he opáco; quando este corpo não deixa passar mais do que huma centesima parte da luz, que elle recebe do sol; porque esta centesima parte he quasi insensivel á visão.

de luz percutem os pontos illuminados, contidos na unidade dessa superficie.

17. *Intensão da luz*, sobre qualquer superficie illuminada, he a somma de todas as intensidades parciaes, ou a intensidade total da luz, que percute essa superficie.

18. *Superficies de igual clarão* são as que contêm hum igual numero de pontos illuminados, em cada huma dellas.

ARTIGO II.

Principio fundamental da Optica.

19. SE for R hum ponto radiante (fig. 1): o raio de luz que partindo desse ponto, atravessa hum *meio homogéneo* até chegar a qualquer ponto M, segue sempre a direcção da recta RM; e por tanto será RM hum raio de luz directo.

E com effeito no caso da homogeneidade do *meio* não ha razão alguma sufficiente para que o raio de luz que atravessa esse *meio*, se desvie (mais para hum do que para outro lado) da direcção primitiva do seu movimento: logo deverá continuar a mover-se pela recta que for o prolongamento dessa direcção. De mais, a experiencia comprova isto mesmo: porque, assim que se interpõe hum corpo opáco em qualquer ponto da recta, que une hum ponto illuminante ao seu illuminado; logo este se torna escuro: e assim que se tira o opáco, logo o ditto ponto se torna illuminado.

20. *Corollario.* Se a recta (que une hum ponto radiante a qualquer outro ponto) estiver toda dentro de hum *meio homogeneo*: esta recta poderá representar o

raio de luz directo, que deve sahir do ponto radiante para ess'outro ponto.

21. *Proposição.* A força perpendicular (que resulta de qualquer outra força, com que hum raio de luz fere obliquamente huma superficie) he igual ao producto dessa força obliqua pelo seno do angulo que medir á sua obliquidade.

Demonstração. Com effeito: Seja (fig. $2a$) AOB huma superficie plana; e R o ponto radiante, donde, sahe o raio de luz RO, que percute obliquamente AOB no ponto O com a força $F=Oq$, tomada na direcção de RO. Decomponha-se esta força Oq nas duas, Om tomada sobre OA; e On, que lhe seja perpendicular; e seja o angulo $ROB=\omega=mOq$: he facil de vêr, que (representando por f a força perpendicular On) será esta força $f=F.Sen.\,\omega$. Como se queria mostrar (*).

22. *Coroll.* Logo a intensidade da luz, ou a força com que hum raio conico de luz fere obliquamente qualquer superficie, cresce á medida que cresce ω, isto he, á medida que esse raio obliquo se approxima a ser perpendicular á dita superficie. E reciprocamente: essa força diminue quanto mais obliquo for o ditto raio, isto he, quanto mais elle se affasta de ser perpendicular á superficie.

23. *Prop.* O clarão, ou a claridade total de qualquer superficie igualmente illuminada, he igual ao producto dessa superficie pela claridade da sua unidade superficial.

Demonstração. Denotando C o clarão, que reflecte qualquer superficie S igualmente illuminada, cuja claridade de sua unidade de superficie seja c: veremos pelos n.os (14 e 15) que deve ser $C=S\times c$: porque a unidade superficial$=1$, entra em S tantas vezes, quantas a claridade$=c$, que serve de unidade, entra em C. O que se queria mostrar.

(*) Calculou-se somente a quantidade da força perpendicular: porque he somente a que póde produzir algum effeito sobre a superficie illuminada.

24. *Coroll.* Logo, se as superficies igualmente illuminadas forem de hum igual clarão (n. 18): então as suas claridades serão na razão inversa das grandezas dessas superficies (*).

25. *Prop.* A intensão da luz sobre qualquer superficie igualmente illuminada he igual ao producto dessa superficie pela intensidade de sua luz.

Demonstração. Denotando I a intensão da luz sobre qualquer superficie S igualmente illuminada, cuja intensidade da luz (sobre sua unidade superficial) seja $=i$; he claro (n.° 16 e 17) que a unidade de superficie $=1$, entrará em S tantas vezes, quantas a intensidade $=i$, entra em I: logo he $I=S\times i$. Como se queria mostrar.

26. *Coroll.* Logo, se as intensões da luz (sobre superficies igualmente illuminadas) forem iguaes; serão as intensidades da luz sobre essas superficies na razão inversa das grandezas dessas mesmas superficies.

27. *Prop.* Em duas ou mais superficies igualmente illuminadas: as intensidades de sua luz são entre si como as suas claridades.

Demonstração. Prova-se facilmente pelos (coroll. 24 e 26.)

28. *Prop.* Se duas ou mais superficies igualmente illuminadas forem bases de sectores esfericos similhantes, cujo vertice commum seja hum ponto radiante: digo, que *as claridades*, *ou as densidades*, *ou as intensidades da luz* (reflectida por essas superficies) *estão na razão inversa dos quadrados das suas distancias* ao ponto radiante.

Demonstração. Supposta a construcção da (fig. 1): denote R hum ponto radiante, que esteja no vertice

(*) O que tem lugar (fig. 1) com as superficies aa', bb', cc', etc., das bases dos sectores esfericos similhantes Raa', Rbb', etc.: pois he evidente, que ainda que seja $(aa') < (bb')$, com tudo ambas estas superficies (aa') e (bb') contêm o mesmo numero de pontos illuminados; e por tanto (n. 18) tem ambas igual clarão: logo a claridade de (aa') he para a claridade de (bb') como a superficie (bb') he para a superficie (aa').

commum dos sectores esfericos similhantes Raa', Rbb', Rcc', etc., cujas superficies de suas bases respectivas sejão (aa'), (bb'), (cc'), etc.; he facil de vêr (n.os 12 e 18), que estas superficies ficarão igualmente illuminadas, e terão hum igual clarão. Ora sabe-se (pela Geometria) que as superficies das bases (aa'), (bb'), etc., dos sectores esfericos similhantes Raa', Rbb', etc., são entre si como os quadrados de seus raios Ra, Rb, etc.: e demonstrou-se (n.os 24 e 26) que essas superficies (aa'), (bb'), etc. (assim illuminadas) estão na razão inversa das claridades e das intensidades da luz, que cada huma dellas reflecte: logo, como (nestas duas proporções) ha huma razão igual entre as ditas superficies, he por tanto verdadeira a proposição, que queriamos demonstrar.

29. *Scholio.* A proposição antecedente não teria lugar: 1.º se as bases dos mencionados sectores fossem planas; 2.º, se os raios de luz, que as percutem, fossem parallelos, como (se podem suppor) os raios do sol.

E com effeito: no *primeiro* caso, nem a claridade, nem a intensidade da luz seria constante em qualquer das bases; por ficarem desigualmente illuminadas. E no *segundo* caso, nem as superficies desiguaes podião ter (n. 18) hum igual clarão, nem estarem (ainda que fossem similhantes) na razão inversa dos quadrados das distancias, as quaes serião (neste caso) indefinidamente grandes.

Da perda da luz que atravessa meios homogeneos.

30. *Abbreviaturas.* Sejão representados os raios das esferas concentricas pela serie dos numeros naturaes; isto he, (fig. 1) seja $Ra=1$; $Rb=2$; $Rc=3$; até qualquer raio$=n$: e sejão representadas as superficies (aa'), (bb'), (cc'), etc., das bases dos sectores esfericos por S_1, S_2, S_3, até á superficie S_n correspondente ao raio n. Representem-se tambem as densidades da luz (respectivas a cada huma dessas superficies) por d_1, d_2, d_3 até

d_n que corresponderá á superficie S_n. Isto posto: supponhamos agora que qualquer das dittas densidades tenha para a sua immediata a *razão* constante de (1 : r); por causa da perda que tem o raio conico de luz, que atravessa hum *meio homogeneo*: por exemplo, se o raio conico contiver 100 raios de luz, e perder 5 quando atravessa esse *meio*, restar-lhe-hão 95; e neste caso, teriamos 100 : 95 : : 1 : r, ou $r = \frac{95}{100}$. Ora a perda dos raios á entrada da segunda superficie S_2 sería $\frac{95}{100}$ de $\frac{95}{100}$, ou $(\frac{95}{100})^2$; e assim por diante até á ultima superficie S_n

31. *Prop.* A densidade d_n da luz (n. 30) sobre a superficie S_n, que está na distancia n do radiante será igual ao quociente da potencia n da razão r dividida pelo quadrado dessa distancia n, e multiplicado este quociente pela densidade primitiva d_1 da luz; isto he, será.....

$$d_n = \frac{r^n}{n^2} \times d_1$$

Demonstração. Como suppomos que o raio conico de luz, que atravessa hum meio homogeneo, vai perdendo successivamente alguns de seus raios simplices; e que por isso as densidades dessa luz decrescem segundo huma progressão geometrica, cuja razão constante seja denotada por r, será $d_1 : d_n : : 1 : r^n$, e logo $d_n = r^n\, d_1$. Mas (n. 28) he facil de vêr, que as densidades da luz estão na razão inversa dos quadrados das distancias ao ponto radiante; isto he, que $d_1 : d_2 : d : \ldots : d_n : : n.^2\ (n\text{-}1)^2 : (n\text{-}2)^2 : \ldots : 1$; logo $d_1 : d_n : : n^2 : 1$; e logo $d_n = \frac{1}{n^2}.d._1$. Ora como qualquer densidade d_n decresce na razão simples de cada huma das potencias r^n e $\left(\frac{1}{n}\right)^2$ que lhe corresponde: tem-se por isso concluido, que tambem decrescerá na razão composta dessas duas razões, isto he, que he $d_n = r.^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 d_1$. Como se queria mostrar.

32 *Scholio.* No vacuo, em que não deve haver per-

da alguma dos raios simplices, que formão hum raio conico de luz, será $r=1$, e logo $d_n = \frac{1}{n^2} \times d_1$; quer dizer, que, neste caso, as densidades da luz (sobre as superficies S_1, S_2, etc.) estão na razão simples e inversa dos quadrados das distancias dessas superficies ao ponto radiante: como já se havia demonstrado (n. 28).

ARTIGO III.

Das Sombras.

33. *Definições.* TODA a porção do espaço, que não ficar alumiada pelos raios de luz, que encontrão hum corpo opáco, chama-se *sombra* desse corpo. A parte de sua superficie encontrada pelos ditos raios chama-se a *parte illuminada*; e a parte restante não illuminada chama-se a *parte escura* desse corpo.

34. *Proposição.* Se imaginarmos, que (fig 2) hum ponto radiante R seja o extremo fixo de huma recta RM; a qual, movendo-se em roda da superficie $mqno$ de hum corpo opáco mn, lhe seja sempre tangente: digo, que esta (*) recta movel descreverá a superficie curva de huma pyramide conica RMN indefinida, que comprehenderá dentro em si o dito corpo mn: e que a parte mon da superficie do corpo, voltada para o ponto radiante R ficará *illuminada*; e a parte restante

(*) Ainda que havemos supposto na demonstração, que os raios de luz, que tocão hum corpo opáco, seguem a sua direcção rectilinea; com tudo a experiencia tem mostrado, que estes raios tangentes soffrem huma pequena diffracção; isto he, desvião-se algum tanto de seu caminho rectilineo, por serem attrahidos pelo corpo (como o explicão alguns Authores). Mas na theoria, despresa-se, sem erro notavel, essa pequena diffracção.

mqn, ficará *escura*. E digo tambem, que (se cortarmos essa pyramide por hum plano *PQ*, de maneira que o corpo *mn* fique entre o radiante *R* e o plano *PQ*) a porção *RmonR* da pyramide, que tem por vertice o radiante *R*, e por base a parte illuminada *mon*, será huma pyramide conica de luz: e que a porção restante *MmqnN*, comprehendida entre a parte escura *mqn* do corpo, e a base plana *MN* da pyramide, será toda ella a *sombra* desse corpo.

Demonstração. Os raios, que, sahindo do ponto radiante *R*, poderem encontrar a parte *mon* do corpo opáco *mn*, como a não podem penetrar, serão repellidos nessa parte *mon* da superficie, a qual por isso deverá ficar *illuminada*: logo somente os raios *RM*, *RN*, etc. tangentes, nos pontos *m*, *n*, etc., á ditta superficie (por não serem ja interrompidos) serão os primeiros que deverão continuar a sua direcção rectilinea. Donde facilmente se conclue o que se queria demonstrar.

35. *Proposição.* Se hum corpo (fig. 3) opáco *mn*, contido em huma pyramide de luz for huma esfera: será essa pyramide huma pyramide conica recta *apq*, cujo eixo *será* a recta *aok*, que passa pelo vertice radiante *a*, e pelo centro *o* da esfera; e a sua base será hum circulo *pIqK* escuro, projectado em hum plano *MN* perpendicular ao eixo *aok*.

Demonstração. He facil de vêr que as intersecções do plano, que passar pelo vertice *a* da pyramide, e pelo centro *o* da esfera, serão duas rectas *amp* e *anq*, tangentes nos pontos *m*, *n* a hum circulo menor *mhni* dessa esfera; e a recta *baok*, que passar por esse vertice e o centro, dividirá o angulo *man* das tangentes em duas partes iguaes. Logo (girando esta figura *paq* á roda dessa recta immovel *aok*) gerar-se-ha huma pyramide conica recta, contendo em si huma esfera *om hni*. Ora pelo (n. 34) a porção *amin* da pyramide he toda illuminada; e a porção restante *mhnqIp* he toda sombria; isto he, he toda a sombra da esfera opáca *mhni*.

36. *Corollario.* Logo (se em huma recta *aok* perpen-

dicular a hum plano opáco *MN* estiver hum ponto radiante a, e se entre este ponto e o plano se pozer o centro o de huma esfera *minh* opáca) será a sombra dessa esfera, projectada no plano *MN*, hum *circulo escuro pIq* sobre huma superficie illuminada *MN*.

37. *Corollario.* (fig. 3) Sendo a o ponto radiante; $am =$ tangente do semi-arco aclarado $mi = \varphi$; o raio $mo = r$; a recta $oa = x$ distancia do centro o ao ponto radiante a; será $1 : \text{Cos.}\,\varphi :: x : r$; logo $\text{Cos.}\,\varphi = \frac{r}{x}$. Portanto, quanto maior for a distancia x do ponto radiante ao centro da esfera, menor será Cos. φ; e logo maior será o semi-arco illuminado φ: de maneira que x infinito fará $\varphi = 90°$, ou $2\varphi = 180°$; isto he, serão as duas tangentes parallelas qnando o ponto radiante estiver a huma distancia immensa; ou muito proximamente parallelas, quando a distancia for muito grande, como a do sol á terra.

38. *Corollario.* A sombra de huma esfera (projectada em hum plano perpendicular ao eixo da pyramide conica recta de luz) he hum circulo escuro, o qual vai diminuindo, quanto maior for a distancia do centro da esfera ao ponto radiante: de maneira que (n. 37) sendo a distancia infinita ou immensa, serão as tangentes parallelas; e por tanto a sombra da esfera será (neste caso) hum circulo escuro igual a hum circulo-maximo dessa esfera. E reciprocamente: quando o ponto radiante se for chegando para a esfera, irá augmentando o circulo escuro da sombra até ser immenso ou infinito.

39. *Corollario.* A figura da sombra de huma esfera (sobre hum plano obliquo ao eixo da pyramide conica recta) he huma *Secção conica*; isto he, huma Ellipse, Hyperbola, ou Parabola; conforme a obliquidade com que esse plano corta a sombra; como se póde vêr pelo que se disse em Algebra, quando se trata das Secções conicas.

40. *Corollario.* A figura da sombra de hum circulo opáco (perpendicular á recta que passa pelo ponto ra-

diante e pelo centro desse circulo) projectada em hum plano tambem perpendicular a essa recta, he sempre hum *circulo* escuro: porêm se o circulo opáco for obliquo á ditta recta; então será a figura da sua sombra huma *Ellipse*, mais ou menos alongada, conforme for maior ou menor o angulo dessa obliquidade. Tambem a sua sombra será huma Ellipse, quando o ponto radiante estiver fóra do eixo da ditta pyramide conica recta.

41. *Scholio.* Supposta na (fig 4) a mesma construcção da fig. 3 do numero antecedente; com a differença porêm de haver dentro do circulo opáco *mn* hum buraco *B* circular e concentrico: he evidente, que então haverão duas pyramides conicas de luz, cujas superficies convexas passaráõ tangencialmente, huma pela circumferencia do circulo opáco *mn*, e a outra pela circumferencia do buraco *B* praticado nesse circulo; projectande-se assim no plano opáco *MN* hum circulo illuminado dentro de hum anel de sombra: ficando illuminado todo o resto do plano *MN*. Ora (pelo que fica ditto) he claro, que este anel escuro *crescerá* á medida que o ponto radiante *r* se *approxima* do buraco *B*; e *diminuirá* quanto mais delle se *affasta*, até finalmente serem (n. 37) os raios de luz (que erão tangentes) parallelos; e neste caso, o anel de sombra será igual ao anel opáco, que produz essa sombra.

ARTIGO IV.

Da Illuminação, e da Sombra de muitos pontos radiantes.

42. *Advertencia.* A experiencia faz vêr, que, aindaque muitos raios de luz pareção cruzar-se todos em

hum mesmo ponto, comtudo elles continuão sempre a seguir as suas direcções rectilineas: bem como duas ou mais rectas, que passem todas por hum ponto.

43. *Definição.* Qualquer linha ou superficie, que se considerar como formada de pontos radiantes, chamar-se-ha *Linha* ou *superficie radiante.*

44. *Proposição.* Os raios conicos de luz, que, sahindo de todos os pontos de qualquer linha radiante *AB* (fig.5); ou de qualquer superficie radiante (fig.6) entrarem por hum mui pequeno orificio *O* (feito em hum plano opáco *PQ*), e forem encontrar outro plano opáco *MN*; projectaráõ nelle (fig.5) tambem huma delgada linha illuminada: ou (fig.6) huma superficie illuminada *DCF.* E assim ficaráõ formadas duas pyramides conicas de luz; que tendo ambas o vertice commum no orificio *O*, tem por bases; *huma,* a superficie radiante *AEB*; e a *outra*, a superficie illuminada *DFC.*

Demonstração. Se forem *A*, *E*, *B* os pontos (fig. 5 e 6) de huma linha ou superficie radiante; e for *O* hum pequeno orificio, praticado em hum plano opáco *PQ*, e for *MN* o plano, em que se deve projectar a sombra do plano *PQ*: he facil de vêr, que se for a recta *AOC* hum raio directo de luz (fig.6), será *C* o ponto illuminado correspondente ao ponto radiante *A*; e se esta recta (passando sempre pelo orificio *O*) girar em torno da linha *AEB*, o seu prolongamento descreverá a linha *CFD* no plano *MN.* Do que fica ditto facilmente se collige que qualquer ponto radiante da superficie *AEB* tem o seu ponto illuminado correspondente na superficie *CFD*; de maneira que haverão duas pyramides conicas; huma *OAEB* que tem a base radiante *AEB*, e outra *OCFD* que tem a base illuminada *CFD*; tendo ambas o vertice commum *O*. A respeito (fig.5) de qualquer objecto radiante *AB*; vê-se, que a sua imagem illuminada *CD* ficará invertida sobre o plano de projecção *MN*, o qual ficará obscurecido pela sombra do plano *PQ*.

45. *Corollario.* Quanto mais (fig.6) a superficie *AEB*

se aproximar do orificio *O*, tanto maior será a sua superficie illuminada *CFD*; e reciprocamente; quanto mais se affastar menor será, até se reduzir quasi á grandeza do orificio. Accontecerá porêm o contrario com a figura illuminada *CFD*, a qual diminue, quando o plano *MN* se aproxima do orificio *O*, e cresce, quando delle se affasta.

46. *Proposição.* A densidade da illuminação de qualquer superficie (por exemplo) de hum circulo, que recebe a luz de muitos pontos radiantes situados em huma mesma recta por hum buraco circular, vai gradualmente decrescendo do centro para a circumferencia.

Demonstração. (Fig.7) Seja *apq* huma pyramide conica recta; e a recta *baoK* o seu eixo, que passará pelo centro *O* do circulo *mn* parallelo á sua base *pIq*. Isto posto: seja *a* hum ponto radiante; *mhni* o buraco circular; e *MN* o plano sobre o qual (n.44) esteja projectado o circulo illuminado *pIq*. Ora se for o ponto *b* outro ponto radiante (mais affastado) no mesmo eixo: tirem-se as rectas *br* e *bs* tangentes á circumferencia do buraco nos pontos *m* e *n*, será a base (cujo diametro he *rs*) outro circulo illuminado (menor que o circulo *pIq*) concentrico, e sobreposto a este. Logo, contendo-se dentro deste segundo circulo *rs*, não somente os seus pontos illuminados, mas tambem os pontos illuminados do primeiro *pIq*; he evidente que o anel illuminado, que o cinge, tem huma densidade menor que elle. Similhantemente se mostra, que se houvesse hum terceiro ponto radiante *c* mais affastado, ficaria a sua base illuminada dentro do circulo, cujo raio he *Ks*; e assim por diante. Logo a densidade da illuminação de qualquer superficie vai diminuindo (neste caso) do centro para a circumferencia.

47. *Corollario.* Quanto mais o buraco circular *mhn* se aproximar ao plano de projecção *MN*, tanto mais os circulos exteriores das bases illuminadas se aproximaráõ entre si a formarem hum unico circulo illuminado, que vem a ser a base commum de todas as pyramides

conicas rectas, quando o ditto buraco tocar o plano *MN*. E reciprocamente.

48. *Proposição.* Se qualquer superficie; por exemplo, a superficie de hum circulo opáco for base commum de muitas pyramides conicas rectas de luz: será a sombra desse circulo (projectada sobre hum plano parallelo á base) tambem hum circulo, cuja escuridade irá gradualmente decrescendo do centro para a circumferencia.

Demonstração. Seja *a* (fig.3) hum ponto radiante, que esteja no eixo *baok* de huma pyramide conica de luz *apq*, cuja superficie toque tangencialmente o circulo opáco *mn*; será (n.40) a projecção da sua sombra hum circulo *pIq*. E havendo no ditto eixo qualquer outro ponto radiante *b*, cujos raios de luz *br* e *bs* sejão tangentes ao mesmo circulo opáco *mhn*, será então a sua sombra outro circulo *rKs*, concentrico e menor que o primeiro *pIq*; e assim por diante: vê-se pois que haverão tantos circulos de sombra de differentes grandezas, concentricos, e sobrepostos huns sobre os outros, quantos forem os pontos radiantes *a*, *b*, etc.: de maneira que a escuridade destes aneis circulares vai gradualmente diminuindo do centro para a circumferencia do maior circulo de sombra visivel.

49. *Definição.* Chama-se *Penumbra* ao ultimo anel da sombra já muito rarefeita, o qual comprehende em si hum circulo escuro bem terminado, que se chama *sombra pura.*

50. *Corollario.* Quanto mais os pontos radiantes *a*, *b*, etc. se affastarem do circulo opáco *mn*; ou quanto mais o plano de projecção *pIq* se approximar de *mn*; tanto menor será a penumbra. E he facil (pelo que fica ditto) deduzir muitas outras conclusões a respeito da grandeza da penumbra e da sombra, segundo as posições que tiverem os pontos radiantes, o circulo opáco, e o plano de projecção das sombras.

51. *Corollario.* Se (fig.8) o centro *L* de huma esfera radiante *ARC* estiver em huma recta *LPOB* perpendicular ao plano de projecção *QG*; e se o centro *P* de

outra esfera opáca MN estiver na mesma perpendicular LPB entre a esfera radiante e o plano de projecção: seguir-se-ha (pelo que havemos ditto) o seguinte: 1.° que se a esfera radiante ARC for maior que a esfera opáca MN, será a sua sombra MON huma pyramide conica, cujo vertice he o ponto O, onde concorrem os raios de luz AMO e CNO tangentes nos pontos M e N do circulo opáco: 2.° Se esta pyramide conica de sombra for cortada por hum plano perpendicular ao seu eixo, ficará projectada nesse plano a figura de hum circulo escuro: 3.° Se for QG hum plano perpendicular ao eixo (como acima havemos supposto), mas que não corte a pyramide; então este plano ficará todo illuminado: 4.° Se, alêm disso, houver hum plano opáco KH tambem perpendicular ao eixo no vertice O, e que neste plano haja hum pequeno orificio, mesmo no ponto O; he evidente, que passando então por este orificio somente os raios de luz AMO, CNO (até encontrarem o plano QG) isto he, passando somente os raios, que partindo dos pontos radiantes da circumferencia AR são tangentes ao opáco MN; he evidente, digo, que todos estes raios formaráõ hum *anel illuminado* sobre hum fundo escuro no plano GQ; de maneira que este anel ficará cingindo hum circulo escuro; como na figura se representa.

52. *Corollario.* Tambem he facil de vêr, que se a esfera radiante L for igual á esfera opáca P, será a sombra desta hum cylindro recto, cuja figura da base será hum circulo escuro (igual ao circulo-maximo dessa esfera) projectado sobre hum plano illuminado.

53. *Corollario.* Se a esfera (fig. 9) radiante R for menor que a esfera opáca P; a sombra desta, projectada em hum plano GQ perpendicular á recta, que passa pelos centros das duas esferas, será hum circulo; e será toda a sombra (comprehendida entre a esfera opáca e o plano) o tronco de huma pyramide conica; como he facil de vêr.

PARTE II.

DA CATOPTRICA.

Artigo I.

Da reflexão, ou da luz reflexa; e das leis de seu movimento.

Definições.

1. *Reflexão* de qualquer raio luminoso he o resalto, que elle dá (para fóra de hum corpo opáco) no ponto, em que o percute; seguindo logo huma direcção differente, da que tinha.

2. *Corpo opáco* he aquelle, que, tendo huma superficie perfeitamente liza, não póde ser penetrado por qualquer raio de luz, que o percute; por ser logo repellido esse raio no mesmo ponto, em que encontra o corpo. (*)

(*) He huma condição essencial, que a superficie do corpo opáco seja perfeitamente liza naquella parte, em que o raio luminoso a houver de percutir: pois se assim não for, não poderá ter lugar exactamente o Principio, em que se funda a lei da reflexão. E com effeito: os raios simplices, que formão o raio conico de luz, poderião então ser reflectidos em differentes direcções, por causa da escabrosidade da superficie.

3. *Catoptrica* he a parte da Optica geral, que trata da propagação da luz reflexa; isto he, das leis, que ella segue em seu movimento, segundo os corpos opácos, que for encontrando.

4. Se (fig. *A*) for *R* hum ponto radiante; e for *RI* hum raio de luz directo (que encontre qualquer superficie curva, ou plana *OIB* de hum corpo opáco) chama-se o raio *RI*, *raio incidente;* o ponto *I*, *ponto de incidencia;* e a superficie *OIB*, *superficie reflectente.* A perpendicular *PI* (no ponto *I*) á ditta superficie chamar-se-ha *Normal de reflexão.* O plano, que passa por essa normal *PI* e pelo ponto radiante *R* chamar-se-ha *Plano normal de reflexão.* O angulo *RIP* (formado pelo raio directo *RI* e pela normal *PI*) chama-se *Angulo de incidencia.* O raio *IR'*, que faz o resalto no ponto *I* (para fóra do corpo opáco) chama-se *Raio reflexo;* e o angulo *PIR'* (formado pelo raio reflexo e pela normal) chama-se *Angulo de reflexão.* E finalmente, o angulo formado pelo raio incidente *RI* e pelo raio reflexo *IR'*; isto he, o angulo *RIR'* chamar-se-ha *Angulo total de reflexão.*

Principio fundamental de Catoptrica.

5. Se (fig. *A*) e (fig. 1) hum raio de luz directo *RI* encontrar obliquamente qualquer superficie reflectente (curva ou plana) *OIB* de hum corpo opáco *OIBD* em hum ponto *I*; e se neste ponto *I* imaginarmos levantada a perpendicular *IP* a esta superficie, isto he, se imaginarmos que *IP* seja a normal de reflexão: digo, que, a *Experiencia* mostra constantemente, que o raio incidente *RI* se reflecte no ponto *I* (para fóra desse corpo) seguindo a nova direcção de outra recta *IR'*, a qual não só fica no mesmo plano normal, mas fórma sempre com a perpendicular *PI* o *angulo de reflexão R'IP igual ao angulo de incidencia PIR.* Note-se porêm, que, quando o raio incidente *RI* for perpendicular á superficie reflectente, então este raio não se reflecte, ou reflecte-se sobre si mesmo.

Demonstração. A experiencia e a razão comprovão este principio: e com effeito, se a *Experiencia* nos faz vêr a igualdade dos angulos de incidencia e de reflexão; a *Razão* tambem nos persuade que o raio reflexo IR'; ou o angulo de reflexão $R'IP$, deve estar no plano normal, em que existe o angulo de incidencia RIP; isto he, que estes dous angulos devem estar ambos no mesmo plano normal: pois não ha razão sufficiente para que o raio reflexo IR' se affaste para hum ou para outro lado desse plano normal; logo deve existir nelle.

6. *Corollario.* Logo (fig. *A*) se o angulo de incidencia PIR augmentar ou diminuir de huma quantidade angular RIr, tambem o angulo de reflexão PIR' deverá augmentar ou diminuir de huma qnantidade $R'Ir'=RIr$; para que possão depois ficar iguaes entre si, (n.5); isto he, $PIr=PIr'$.

7. *Corollario.* Logo se fizermos o angulo de incidencia $RIP=i$; e a sua variação $RIr=\delta i$: o angulo de reflexão $PIR'=r$; e a sua variação $R'Ir'=\delta r$: e o angulo total de reflexão $RIR'=t$; e a sua variação $RIr+R'Ir'=\delta t$: teremos (n.5) que he

$$(a) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad t=2.i;$$

e pelos (n.^{os} 5 e 6) tambem teremos

$$(b) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \delta t=2.\delta i.$$

Quer dizer a equação (*a*) que o *angulo total de reflexão he o dobro do angulo de incidencia*; e a equação (*b*) diz que *a variação* δt *do angulo total he o dobro da variação* δi *do angulo de incidencia.*

8. *Corollario.* Logo, ou as sobredittas variações provenhão de girar somente o raio incidente RI, ou de girar somente a normal PI; em ambos os casos, sempre: *a variação* δi *do angulo de incidencia he ametade da variação* δt *do angulo total de reflexão.* Ou tambem: *a variação* δr *do angulo de reflexão he ametade da variação* δt *do angulo total de reflexão;* como na (fig. 5) (*).

(*) Na fig. 5 he facil de vêr, que sendo a posição do raio incidente FI

9. *Proposição.* Se hum raio de luz soffrer successivamente duas reflexões: digo, que, *quando as duas normaes de reflexão forem parallelas ou perpendiculares entre si, será o ultimo raio reflexo parallelo ao primeiro raio incidente.*

Demonstração. Seja R hum ponto radiante (fig. B); e representem AIB e $A'I'B'$ as superficies reflectentes de dous corpos opácos. Seja RI o raio incidente no ponto I; II' o raio reflexo que incide no ponto I'; e $I'R'$ o segundo raio reflexo. Sejão PI e $P'I'$ as normaes de reflexão; o angulo de incidencia $RIP=i$; o angulo de reflexão $PII'=r$; o outro angulo de incidencia $II'P'=r'$; e o seu correspondente de reflexão $P'I'R'=i'$. Ora como (n.5) estes quatro angulos (no caso de serem parallelas ou perpendiculares entre si as normaes) devem estar todos em hum mesmo plano: digo, que, quando (fig.B) for PI parallela a $P'I'$; será o angulo $r=r'$, mas sempre (n.5) he $i=r$, e $i'=r'$; logo $i=i'$; logo $i+r=i'+r'$; isto he, os angulos totaes de reflexão são iguaes; e logo he $I'R'$ parallela a RI. E se (fig.C) as normaes PI e $P'I'$ forem perpendiculares entre si; será (como he facil de vêr) $r=90°-r'$; $i=90°-i'$; logo $i+r=180°-(i'+r')$; isto he, os angulos totaes de reflexão são supplementos hum do outro; e logo he $I'R'$ parallela a IR. Como se queria mostrar.

10. *Corollario.* Se (fig.2) as duas superficies reflectentes AB e CD forem planas e parallelas; tambem (*) as suas normaes NI e $N'I'$ serão parallelas; e logo (n.9) o ultimo raio reflexo $I'F'$ será parallelo ao primeiro raio incidente FI. E se (fig.3) as dittas superficies AB e CD forem perpendiculares entre si; tambem as suas normaes NI e $N'I'$ serão entre si perpendiculares; e logo (n.9) o raio reflexo $I'F'$ tambem he parallelo ao raio incidente FI.

constante, e girando somente o espelho AB: he a variação $AIA'=\frac{1}{2}F'IF''$ variação do raio reflexo.

(*) Sabe-se pela Geometria a relação que tem entre si os angulos formados por duas rectas, e pelas suas perpendiculares respectivas.

11. *Proposição.* Se hum raio de luz soffrer duas reflexões successivas: digo, que, *em quanto as duas normaes de reflexão não forem parallelas, nem perpendiculares entre si, sempre o ultimo raio reflexo concorrerá com o primeiro raio incidente.*

Demonstração. Representem (fig. D) AIB e $CI'D$ duas superficies reflectentes, voltada huma para a outra; e sejão I e I' os pontos de incidencia; PI e $P'I'$ as duas normaes de reflexão; RI o raio incidente; II' o raio reflexo; e $I'R'$ o ultimo reflexo. Supponhamos (para que possa haver reflexão) que o angulo de incidencia RIP seja (n. 5) hum pouco menor que recto, e que pela mesma razão seja o ultimo angulo de reflexão $R'I'P'=RIP$: logo serão neste caso (as normaes) $P'I'$ e PI parallelas; e logo (n. 9) serão tambem parallelos os raios $I'R'$ e IR. Imaginemos agora que (conservando-se fixa a normal PI, e constante o angulo PIR) gira a outra normal $P'I'$ á roda do ponto I' fixo, descrevendo o ponto P' o arco de circulo $P'OP''$ (que deve differir pouco de huma semicircumferencia); e seja O o ponto em que este arco corta o raio II'. Isto posto: he evidente, que no movimento de P' para O, irá diminuindo o angulo $P'I'I$ até se reduzir a *zero* no ponto O; logo de P' até O, será o angulo total $R'I'I<I'IR$; e logo os raios RI e $I'R'$ produzidos (para o lado da normal movel) concorrerão. Demais: continuando o ponto P' a girar de O para P''; então o ultimo raio $I'R'$ reflexo passa para o outro lado da normal $P'I'$, como se vê na (fig. 4); e (neste caso) em quanto a somma dos angulos que formão as normaes com II' for $<$ hum recto; isto he, em quanto for $PII'+P'I'I<90°$, ou a somma dos seus dobros $RII'+R'I'I<180°$; sempre os raios IR e $I'R'$ concorrerão para a parte anterior: e só quando (n. 9) a ditta somma for igual a $180°$, he que são esses raios parallelos: pois quando for maior que $180°$ tambem concorrerão (sendo produzidos) para a parte posterior das duas superficies reflectentes. Como se queria mostrar.

ARTIGO II.

Da determinação do lugar da Imagem de hum ponto radiante, cujos raios tem soffrido reflexões.

Definições.

12. A qualquer superficie reflectente tambem se lhe costuma dar o nome de *Espelho*: e conforme a superficie desse espelho for plana ou curva (tendo a sua convexidade ou concavidade voltada para o ponte radiante) assim se dirá *Espelho plano*, ou *Espelho convexo*, ou *Espelho concavo*.

Escolhida huma recta, que, passando pelo ponto radiante, tenha huma posição constante com hum dos mencionados espelhos; chamar-se-ha esta recta a *Directriz* desse espelho. A recta que passando pelo radiante for perpendicular á superficie reflectente chama-se *Cátheto*. E finalmente chama-se *Imagem* (*) de hum ponto radiante, ou tambem *Fóco*, o ponto em que concorrem os raios reflexos desse ponto radiante.

13. *Proposição.* Dado hum ponto radiante na directriz de hum espelho plano: achar (depois de huma reflexão) o lugar da sua imagem (ou fóco) nessa directriz.

Solução. Seja (fig. 6) F o ponto radiante dado na directriz FO do espelho plano OB, que faz hum angulo obtuso FOB com o espelho; e seja FI o raio incidente; NI a normal, que, produzida para a parte posterior do espelho, encontrará em E a directriz FO tambem produzida: digo, que, sendo o angulo de reflexão NIL igual ao de incidencia NIF; será preciso

(*) Diz-se que he a *imagem* do objecto: porque supprondo que o olho do observador esteja em L (fig. 6, 7, 8, 9), verá a imagem do ponto F em F' pela direcção LIF', como se disse na Introducção.

produzir o raio reflexo LI (para traz do espelho) até encontrar a directriz em hum ponto F', que será o fóco, ou o lugar da imagem do ponto radiante F: e com effeito, se imaginarmos que o espelho OB gira em roda da directriz FF' immovel; formar-se-hia a superficie convexa de huma pyramide conica, e neste caso, todos os raios reflexos (como LI) concorrerão em F'; logo he F o fóco, ou a imagem do ponto radiante F. E digo mais, que o fóco F' sempre existirá por detraz do espelho OB, em quanto for o angulo total $LIF < IFO$: pois são angulos alternos internos das duas rectas LI e FO. Mas quando for o angulo $LIF = IFO$; então, vindo a ser LI parallela a FO, não haverá fóco algum, nem imagem do radiante. E finalmente tornará a apparecer a imagem (fig. 7) em hum ponto F' por diante do espelho OB; logo que for o angulo $LIF < IFO$; porque então concorrerá IL com OF (produzidas): como he facil de vêr.

14. *Scholio.* Deve advertir-se que o fóco F' foi determinado (n. 13) nas (fig. 6 e 7) para o ponto de incidencia I; suppondo (como acima fica ditto) que elle girava em roda da directriz FO immovel; e que por isso todos os raios reflexos LI produzidos passavão por F': porêm se fizermos huma construcção geometrica similhante para outro qualquer ponto de incidencia differente do ponto I; acharemos, que (fig. 6 e 7) em quanto o espelho BO não for perpendicular á directriz FO; não passaráõ todos os raios reflexos (na extensão de BO.) pelo ponto F'; e por tanto não se póde tomar F', como fóco de todos esses raios reflexos. Veremos agora o que accontece quando for o espelho BO perpendicular a FO.

15. *Corollario.* Se for (fig. 1) o espelho plano BO perpendicular á directriz RO (a qual vem a ser neste caso o Cátheto): digo, que o raio incidente RI (no ponto I) será reflectido por IR'; o qual sendo produzido, e produzido tambem o cátheto RO concorrerão em hum ponto R'': e este ponto R'' ficará tanto abaixo do espelho BO, quanto acima estiver o ponto radiante R;

isto he, deve ser $RO = OR''$; porque os triangulos RIO e $R''IO$ são iguaes; como he facil de vêr. Digo mais, que qualquer outro raio incidente Ri, que he reflectido por ir; sendo este ri produzido tambem, (*) passará pelo ponto R'': de maneira, que todos os raios, que assim forem, reflexos (em redor do cátheto RO) sendo produzidos (para baixo do espelho), todos elles passarão palo ponto R''. Logo he o ponto R'' o fóco, ou a imagem do radiante R.

16. *Proposição.* Dado hum ponto radiante no eixo de hum espelho esferico convexo ou concavo: achar nesse eixo (depois de huma reflexão) o lugar do fóco, ou da imagem do ponto radiante.

Solução. Seja (fig. 8 e 9) o ponto E o centro dos dous espelhos esfericos OIB convexo e concavo; e F o ponto radiante dado no eixo FE, que encontra os dous espelhos no ponto O. Seja FI hum raio incidente mui proximo do eixo, de maneira que o arco OI não seja maior que $70'$ *(settenta minutos sexagesimaes)*; NI a normal, que (produzida) encontre o eixo no ponto E. E pois que (n.5) o angulo de incidencia FIN deve ser igual ao angulo de reflexão NIL: produza-se o raio reflexo LI até encontrar o eixo no ponto F', que será o fóco, ou o lugar da imagem do radiante F. Isto posto: faça-se a distancia OF do espelho ao objecto radiante, isto he, *a distancia objectiva* $OF = d$; a distancia do espelho ao fóco, ou *a distancia focal* $OF' = d'$; *o raio de esferecidade* $EI = r$. E como temos (no triangulo EIF' da fig.8) que (**) he . . . $F + F' = FIL = 2.NIL = 2.EIF' = 2\ (F' - E)$; será $F + F' = 2\ (F' - E)$; e logo

$$(a)\ \ldots\ldots\ldots\ F' - F = 2E;$$

(*) Porque o angulo $RiO = riB = OiR''$; e os triangulos devem ser rectangulos, e ter o lado commum Oi; logo são iguaes os triangulos.

(**) Fizemos o angulo $FF'I = F'$; e como se sabe da Geometria, que em qualquer triangulo he o angulo externo igual á somma dos angulos internos e oppostos: segue-se o que fica ditto.

mas (*) temos (nos triangulos FOI; OIF'; EOI, considerados como rectilineos e rectangulos; fazendo o arco $OI=\alpha$) as seguintes proporções . . . .

$$1 : tg.F \text{ ou } F : : FO\ (d) : \alpha$$
$$1 : tg.F' \text{ ou } F' : : F'O\ (d') : \alpha$$
$$1 : tg.E \text{ ou } E : : EO\ (r) : \alpha$$

donde se tirão as seguintes equações . . . .

$$F=\frac{\alpha}{d};\ F'=\frac{\alpha}{d'};\ E=\frac{\alpha}{r};$$

e substituindo estes valores na equação antecedente (a); e dividindo-a depois pelo arco α: acharemos, que, para o *espelho convexo* (fig.8), he a distancia focal d' sempre, isto he, acharemos . . . .

$$(A) \ldots\ldots\ d'=\frac{rd}{2d+r}\ .$$

Similhantemente na (fig.9) acharemos a equação $F-F'=2E$; e nesta substituindo os valores acima achados (de F', F, E) teremos, que, para o *espelho concavo* da (fig.9), he a distancia focal d' negativa, em quanto for $2d>r$; isto he, teremos . . . .

$$(B) \ldots\ldots\ d'=\frac{-rd}{2d-r}.$$

17. *Corollario.* Sendo (fig.10) o raio incidente FI parallelo OE, ou sensivelmente parallelo; o que aconteceria suppondo o ponto radiante F a huma mui grande distancia do espelho, isto he, suppondo a distancia objectiva d muito grande ou infinita: então as formulas (a) e (b) do numero antecedente (**) dão $d'=\pm\frac{r}{2}$. O que tambem se póde vêr (fig.10) por ser o angulo $OF'I$ ou $F'=FIL=2EIF'=2(F'-E)$; donde se tira $2E=F$;

(*) Quando hum arco não he maior que *settenta minutos* póde-se tomar esse arco (avaliado em partes do raio) pela sua tangente, sem erro de $1''$.

(**) Na formula (A) do (n. 16) dividendo . . . rd por $2d+r$, achar-se-ha hum quociente, cujo primeiro termo he $\frac{r}{2}$, e a somma de todos os demais terços (os quaes vão sendo divididos pelas potencias de d) se torna infinitessima, sendo d infinito; e por isso desprezando esta somma, fica só o ditto primeiro termo.

logo, pelo numero antecedente, será $\frac{2}{r}=\frac{1}{d'}$; e logo he $d'=\frac{r}{2}$.

18. *Scholio.* Advirta-se que (fig. 8 e 9) a distancia do espelho ao objecto, isto he, *a distancia objectiva* $OF=d$, deve suppor-se sempre positiva, e capaz de augmentar ou diminuir indefinidamente. Porêm a distancia do espelho á imagem do objecto, ou ao fóco, isto he, *a distancia focal* $OF'=d'$, póde ser positiva, como na (fig.9); ou negativa, como na (fig.9*a*), pois nesta tem huma posição diametralmente opposta á que se lhe havia primitivamente supposto. E o mesmo *raio de esfericidade* $OE=r$, que na (fig.8) se suppoz positivo, sendo o espelho *OIB* convexo; se for porêm (fig.9) o espelho concavo *OIB*, então o ditto raio *OE* (tomando agora huma posição opposta á primeira) deverá ser negativo: pois o seu valor positivo passou pelo infinito, que he o caso em que o espelho *OIB* sería plano. Assim poderemos da mesma formula *(A)* do (n.16) deduzir as formulas para o espelho plano, e concavo: como adiante veremos.

19. *Proposição.* Dado hum ponto radiante fóra do eixo de hum espelho esferico: achar (depois de huma reflexão) o lugar da imagem desse radiante.

Solução. Seja *REO* o eixo (fig.11) de huma porção OO' do espelho esferico; e seja r o ponto radiante dado fóra do eixo *REO*, cujo ponto E he o centro do arco OO' desse espelho. Tire-se a recta rE, que produzida passe por O'. E com o centro E, e o raio Er, descreva-se o arco rR. Isto posto: ache-se pelo (n.16) o fóco f, que corresponde ao radiante r; e depois o fóco F, que corresponde ao radiante R. E como as distancias objectivas RO e rO' são iguaes (pela construcção); e tambem iguaes os raios de esfericidade; logo pelas formulas *(A)* e *(B)* do (n.16) serão iguaes as distancias focaes EF e Ef. Logo será o arco fF a imagem do objecto radiante rR. O que se queria achar.

ARTIGO III.

Da grandeza e posição do fóco, ou do lugar da imagem de hum objecto radiante nos differentes espelhos.

20. MOSTRAREMOS primeiramente, que, a formula *(A)* do (n.16), deduzida para o espelho *esferico-convexo* (fig.8), póde servir para as differentes qualidades de espelhos assim *planos*, como *esferico-concavos*: E com effeito, sendo a sobreditta formula, a seguinte...

(A).................. $d' = \frac{rd}{2d+r}$;

Vê-se pelo (n.18), que, quando he o raio de esfericidade $r = \infty$, isto he, r infinito, vem a ser a distancia focal $d' = d$; o que tem somente lugar no espelho plano, como ja se vio. Mas, quando for r negativo, que vale o mesmo que dizer que a superficie reflectente do espelho he *esferico-concava* para o lado do radiante: então a formula *(A)* dá a mesma formula do (n.16) que he a seguinte........................

(B).................. $d' = \frac{-rd}{2d-r}$.

Estes tres valores de d' se achão reunidos na Taboa seguinte ....

TABOA I.

A distancia focal d' nos espelhos		
Planos	Convexos	Concavos
$d' = d$	$d' = \frac{rd}{2d+r}$	$d' = \frac{-rd}{2d-r}$

21. Se dermos á *distancia objectiva* d differentes valores (desde *zero* até ao *infinito*) nas formulas da Tab. I., acharemos os valores correspondentes para a *distancia focal* d' pela Taboa seguinte..............

TABOA II.

Valores suppostos á distancia d	Valores de d' que resultão dos valores suppostos a d, nos espelhos		
	Planos	Convexos	Concavos
$d = + o$	$d' = + o$	$d' = + o$	$d' = + o$
$d = + \frac{r}{2}$	$d' = + \frac{r}{2}$	$d' = + \frac{r}{4}$	$d' = \pm \infty$
$d = + r$	$d' = + r$	$d' = + \frac{r}{3}$	$d' = - r$
$d = + \infty$	$d' = + \infty$	$d' = + \frac{r}{2}$	$d' = - \frac{r}{2}$

22. *Scholio.* Vê-se por esta Tab. II. a relação que tem entre si as distancias (d e d') do espelho ao objecto e á sua imagem: e com effeito; vê-se, que, *no Espelho plano*, quanto objecto se approxima ao espelho, outro tanto se lhe approxima a sua imagem, e com a mesma velocidade; e que o mesmo accontece, quando o objecto do espelho se affasta. Tambem se vê, que, *no Espelho convexo*, quando o objecto se vai affastando do espelho, tambem a sua imagem delle se affasta, mas em huma razão muito menor: de maneira que quando o objecto se tem affastado do espelho huma distancia $= r$; a sua imagem se tem affastado $\frac{1}{3}$ desta distancia r; e o que ainda mais se deve notar he, que, quando o objecto se tem affastado (alêm da distancia r) huma distancia immensa, ou infinita, a sua imagem apenas se tem affastado desde $\frac{1}{3} r$ até $\frac{1}{2} r$, isto he, ape-

nas se tem affastado $\frac{1}{6}r$: quer dizer, que o objecto affastando-se do espelho com huma velocidade muitissimo grande; ver-se-ha a sua imagem mover-se mui lentamente. E vê-se finalmente que, *no Espelho concavo*, quando o objecto se affasta do espelho desde *zero* até $\frac{1}{2}$ de r; a sua imagem tambem se affasta delle desde *zero* até huma distancia immensa ou infinita; de maneira que a qualquer pequeno movimento do objecto, corresponde hum movimento mui rapido na sua imagem; e que quando o objecto continua a affastar-se desde $\frac{1}{2}r$ até a huma distancia infinita, então a sua imagem volta para a parte anterior do espelho, isto he, para a mesma parte em que está o objecto; e approxima-se para o espelho até chegar á distancia $\frac{1}{2}r$: de maneira que neste ultimo caso; quando o objecto se affasta do espelho, então chega-se a sua imagem para o espelho; e quando o objecto se chega, affasta-se ella.

23. *Conclusão.* Os principios de Catoptrica, que ficão expostos, são sufficientes para a intelligencia da construcção dos instrumentos de reflexão, de que se faz uso nas observações astronomicas; e tambem podem servir para explicar certos fenomenos e illusões opticas, que vemos na imagem de alguns objectos, formada pelos raios de luz, reflectidos, que sahirão desses objectos. Vejamos agora alguns exemplos.

Exemplo. I. Vio-se, que, *no espelho plano*, a imagem deve ter a mesma posição e inclinação a respeito do espelho, que tem o seu objecto: assim, se o objecto for horizontal, e o espelho estiver sobre elle inclinado de 45°; a sua imagem parecerá vertical. Demais, se o objecto (girando) se affasta do espelho fixo 10°, tambem a sua imagem (girando) se affastará do espelho 10°: mas se o objecto for fixo, e o espelho (girando) se affastar do objecto 10°, a sua imagem (girando) se affastará 20°, isto he, o dobro.

Exemplo. II. Vio-se tambem que, *no espelho convexo*, (fig.8), he sempre o angulo de reflexão $LIN < 90°$: logo o raio reflexo cortará sempre o eixo OE

(em hum ponto F') entre os pontos O e E; e como do mesmo radiante F não póde sahir nenhum outro raio incidente, do qual o seu raio reflexo possa concorrer (para fóra desse espelho) com o outro reflexo IL; segue-se que no espelho convexo não podemos vêr mais, do que huma só imagem do mesmo objecto: e por isso se expozermos aos raios do sol (que são sensivelmente parallelos) hum espelho esferico-convexo; veremos somente nelle hum ponto luminoso, e toda a mais superficie convexa do espelho, obscurecida; e se o espelho for huma superficie cylindrica, ver-se-ha somente huma recta luminosa no sentido do comprimento do cylindro. Donde tambem se segue que se nos formos vêr a hum espelho convexo, veremos a imagem do nosso rosto muito pequena, e arredondada; mas se o espelho for cylindrico, ve-la-hemos muito estreita, e alongada.

Exemplo III. Pelo que fica ditto a respeito do *espelho concavo* (fig. 9 e 10) se póde mostrar a possibilidade de construir hum espelho concavo, que possa queimar hum corpo, que esteja muito distante delle: espelhos estes a que se tem dado o nome de *espelhos ustorios*, ou *espelhos ardentes*: e com effeito, he facil de vêr pela (fig. 10), que, se expozermos hum espelho concavo aos raios do sol (que são sensivelmente parallelos), estes raios reflectindo-se todos para o foco F', reunirão todo o calor de cada hum de seus raios nesse ponto F', e chega por isso a ser tão intenso o calor no ditto fóco, que abraza qualquer corpo, que a elle se exponha. Tambem se vê (pelo que se disse) a razão, porque huma luz ou hum ponto radiante, que, estivesse no fóco de hum ellipsoide, reflectiria toda a sua luz para o outro fóco: e a luz que estivesse no fóco de hum paraboloide reflectiria todos os seus raios luminosos, parallelos ao eixo desse paraboloide. E he pela Catoptrica, que tambem se dá a explicação de certas illusões opticas: como, por exemplo, (fig. 9a) se hum objecto se approximar ao espelho (concavo OIE) de E para O com hum movimento muito vagaroso, a sua ima-

gem porêm caminhará de E para a parte de F com hum movimento mui rapido; de maneira que quem estiver em F lhe parecerá, que esse objecto vem para elle, quando realmente delle se affasta; e pelo contrario, quando effectivamente caminha para a pessoa que estiver em F, então lhe parecerá, que della se vai affastando. Vê-se tambem que quando, neste espelho concavo, o objecto F estiver no centro E, então todas as suas imagens (reunindo-se em F' que deve estar em E) produzirão huma tal confusão, que se não distinguirá imagem alguma.

24. Tal he a vantagem que podemos tirar do estudo da Catoptrica, não só para poder explicar os fenomenos produzidos pela propagação da luz reflexa, mas tambem para nos pôr em estado de poder inventar algum instrumento com que possamos conseguir certos effeitos, que dependão da maior ou menor intensidade da luz.

PARTE III.

DA DIOPTRICA.

Artigo I.

Da Refracção ou da Luz refracta; e do seu movimento.

Definições.

1. *Refracção* da luz he a quebra da direcção rectilinea de qualquer raio luminoso no ponto, em que elle atravessa hum corpo diáfano de huma densidade differente da sua.

2. *Corpo diáfano* (propriamente ditto) he aquelle, que, tendo huma densidade constante, e a sua superficie perfeitamente liza, póde ser penetrado por qualquer raio de luz, que quebrando-se logo na entrada, o atravessa em huma direcção rectilinea. Assim como o vidro, a agua, etc., que são corpos diafanos.

3. *Dioptrica* he a parte da Optica geral, que trata da propagação da luz refracta; isto he, das leis que ella segue em seu movimento, segundo os meios diafanos que atravessa.

4. O raio de luz directo RI (fig.1), que encontra a superficie OIB de qualquer corpo diafano em hum ponto I, chama-se *Raio incidente*; o ponto I, *Ponto de incidencia*; e a superficie OIB, *Superficie refrangente.* A perpendicular PIQ no ponto I á ditta superficie OIB chamar-se-ha *Normal de refracção.* O plano que passa por essa normal PI, e pelo ponto radiante R, chamar-se-ha *Plano normal de refracção*; e o angulo RIP formado pelo raio directo e pela normal, chama-se *Angulo de incidencia.* O raio de luz rectilineo IL, que atravessa o ditto corpo (depois de quebrar-se no ponto de incidencia I) chama-se *Raio refracto*; e o angulo LIQ formado por este raio refracto IL e pela normal IQ, chama-se *Angulo de refracção.* E quando se escolher huma recta, que passando pelo ponto radiante atravesse o corpo em huma dada posição; para se referirem a ella certas construcções geometricas, chamar-se-lhe-ha a *Directriz*, ou tambem o *Eixo.*

Principio fundamental da Dioptrica.

5. Se hum raio de luz directo RI (fig.1), que sahe de hum ponto radiante R, encontra obliquamente a superficie OIB de qualquer corpo diáfano, em hum ponto I; e se neste ponto imaginarmos a perpendicular IP a esta superficie; e for o plano $OBDE$ a intersecção do plano normal RIP com o ditto corpo: digo, que o raio directo RI refrange-se neste ponto I (atravessando o corpo diáfano $OBDE$) para seguir a nova direcção de outra recta IL, a qual não só fica no mesmo plano normal PIR, mas fórma sempre com a perpendicular PIQ; *o angulo de refracção LIQ (menor) ou maior*, que *o angulo de incidencia RIP*; conforme a densidade do corpo $OBDE$ for *(maior)* ou *menor*, que a densidade do fluido exterior (*). Note-se porêm;

(*) A experiencia tem mostrado, que este poder refrangente não de-

que, quando o raio de luz encontra perpendicularmente a superficie refrangente, segue sempre a sua direcção rectilinea (sem se refranger); ainda que não seja homogeneo o *meio*, que perpendicularmente for atravessado.

Demonstração. A razão, e a experiencia comprovão este principio: pois se a *experiencia* nos faz vêr a desigualdade dos dittos angulos de incidencia e de refracção; a *razão* tambem nos persuade, que o angulo de refracção *LIQ* deve estar no mesmo plano perpendicular á superficie refrangente, em que existe o angulo de incidencia *RIP*; isto he, ambos no mesmo plano normal: pois não ha razão alguma para que o raio refracto *IL* se affaste mais para hum do que para o outro lado desse plano normal *RIP* produzido; nem para que o raio *IQ* deixe de ser o prolongamento da normal ou perpendicular *RI*. Logo os dous angulos de incidencia e de refracção devem existir ambos no plano normal que passa pela perpendicular *PI*, e pelo ponto radiante *R*.

6. *Scholio.* Em quanto a densidade de cada hum dos dous *meios* (que o raio incidente *RI*, e o refracto *IL* atravessão), for a mesma; serão as grandezas do angulo de incidencia *RIP* e do de refracção *LIQ* tambem as mesmas (**). Por exemplo: tem-se achado por Experiencias, que a razão das refracções entre o *ar* e o *vidro* he quasi de 3 : 2; e entre o *ar* e a *agua* de 4 : 3 proximamente. Quer dizer, que a lei das refracções do *(ar para o vidro)* póde exprimir-se pela pro-

---

pende somente da densidade do *meio*, mas tambem das propriedades chymicas dos corpos.

(**) Segundo alguns Authores; he devida a Descartes a lei de serem iguaes os sobredittos angulos de incidencia e de refracção, em quanto a densidade dos meios refrangentes for a mesma: isto he, que os senos destes angulos conservarão huma razão constante de $m : n$; por exemplo, a do ar para o vidro como 3 : 2; e do vidro para o ar como 2 : 3. O mesmo se deve entender a respeito de quaesquer dous fluidos, ou corpos diafanos, que ambos tenhão densidades differentes; mas que seja constante a densidade de cada hum.

porção seguinte: *Seno do angulo RIP de incidencia he para o Seno LIQ de refracção* assim como 3 : 2; e que do *(ar para a agua)* deve ser a razão entre esses senos como a de 4 : 3.

7. *Proposição.* Se hum ponto radiante, e hum corpo diafano estiverem ambos dentro em hum fluido de differente densidade da do corpo; e se hum dos raios do ponto radiante atravessar o ditto corpo: digo, que, *quando as normaes de refracção forem parallelas, será o raio emergente tambem parallelo ao raio incidente.*

Demonstração. Seja R hum ponto radiante (fig. 2) dentro em hum fluido igualmente denso; e represente $AiBi'$ qualquer corpo diafano (dentro no mesmo fluido) de huma densidade differente da do fluido. Seja Ri o raio incidente no ponto i; ii' o raio refracto; $i'R'$ o raio emergente. Sejão Pip e $P'i'p'$ as normaes de refracção; o angulo de incidencia $RiP=i$; o angulo de refracção $pii'=r$; o novo angulo de incidencia $ii'p'$ [dentro no corpo] $=r'$ e o angulo de refracção $P'i'R'$ [ja dentro no fluido] $=i'$. Ora como [n.5] estes quatro angulos [no caso de serem parallelas as normaes] devem estar todos no mesmo plano normal RiP produzido: teremos [denotando $m : n$ a razão constante das densidades dos dittos *meios*] pelo [n.6] as proporções seguintes

$$\left.\begin{array}{l} Sen.\,i : Sen.\,r :: m : n \\ Sen.\,i' : Sen.\,r' :: m : n \end{array}\right\} \text{logo he} \ldots\ldots\ldots$$

$$(a) \ldots\ldots\ldots Sen.\,i' : Sen.\,r' :: Sen.\,i : Sen.\,r :: m : n.$$

Ora pelo [n.5] não póde ser $i=r$, nem $i'=r'$; nem pelo [n.6] póde ser $m=n$: e se as normaes não forem parallelas; não será $r'=r$, nem pela proporção (a) será $i'=i$. Faça-se $i'=i+\delta i$; $r'=r+\delta r$; e substituindo na proporção (a) teremos a seguinte; ....

$$Sen.\,[i+\delta i] : Sen.\,[r+\delta r] :: Sen.\,i : Sen.\,r;$$

logo [tomando a differença dos antecedentes para a differença dos consequentes como $Sen.\,i : Sen.\,r$, ou como $m : n$; e suppondo que a maior das variações δi

oú δr não exceda 7',5 de gráu] teremos muito proximamente (por ser então *Sen.* $\delta i = \delta i$, e *Cos.* $\delta i = 1$, etc.) a seguinte.....................................

(*b*) .... $\delta i. Cos. i : \delta r. Cos. r :: m : n$.

Ora se for $i > r$, será $m > n$ pela (*a*); e pela (*b*) será...

(1.ª)......... $\delta i.\ Cos. i > \delta r.\ Cos. r$;

mas (por ser $i > r$) será.....................................

(2.ª)............ $Cos. i < Cos. r$;

logo para poder satisfazer a desigualdade (1.ª) deve ser

(3.ª).............. $\delta i > \delta r$;

quer dizer que nunca he $\delta i = \delta r$: logo não póde ser a differença $(\delta i - \delta r) = o$, senão for $\delta i = o$, e $\delta r = o$, conjunctamente.

Isto posto: he facil de vêr pela (fig.2) que a secante ii' fórma com os raios (incidente e emergente) Ri e $R'i'$ os angulos $[i - r]$ e $[i' - r']$, que são os *alternos-internos*: mas temos ditto que era $i' = i + \delta i$; $r' = r + \delta r$; logo $[i' - r'] = [i - r] + [\delta i - \delta r]$; e logo o raio *emergente* $i'R'$ não póde ser parallelo ao incidente Ri, se não for $[i - r] = (i' - r') = [i - r] + [\delta i - \delta r]$; isto he, se não for $[\delta i - \delta r] = o$; ou [pelo que fica ditto] $\delta i = o$, e $\delta r = o$, conjunctamente; mas então he $r = r'$; isto he, as normaes Pi e $P'i$ são parallelas; logo só neste caso o podem ser. Como se queria mostrar.

8. *Corollario.* Se o corpo diafano da [fig.2] for agora [fig.3] e [fig.4] o diafano $ABCD$, cujas faces oppostas AB e CD sejão planas [sendo AB a face refrangente]: digo, que, se essas faces [fig.3] forem parallelas; serão tambem parallelos os raios emergente e incidente; porque sendo as dittas faces parallelas, tambem são parallelas as normaes Pi e $P'i'$, e logo [n.7] serão parallelos os raios [emergente e incidente] $i'R'$ e Ri. Mas se não forem parallelas as faces [fig.4] AB e CD, tam-

bem o não serão [*] as normaes Pi e $P'i'$, e logo [n.7] não serão parallelos $i'R'$ e Ri.

ARTIGO II.

Da determinação do lugar da imagem de hum ponto radiante, cujos raios tem soffrido refracções.

9. *Definições.* QUALQUER corpo [fig.7] diafano $AOBO'A$ [formado por dous pequenos segmentos esfericos AOB, e $AO'B$ de base commum], chama-se *Lente*; e quando a espessura OO' della for muito pequena, chama-se *Lentilha*. A recta FF', que, passa pelos centros E' e E dos segmentos esfericos $AOIB$ e $AO'I'B$, chama-se *Eixo* da lente ou da lentilha, e os pontos E e E, *centros de esfericidade*. Os raios $E'I'$ e EI dos ditos segmentos chamão-se *Raios de esfericidade*. Os raios de luz [como $I'F'$] que, depois de haverem atravessado hum diafano] convergem todos para passar por hum unico ponto F' do eixo FO, chamão-se *Raios convergentes*; e a este ponto F' do concurso, chama-se *Foco positivo* [**]. Porêm quando [fig.6] os raios, á sahida da lente, divergem; de maneira que só produzidos para

(*) Sabe-se (pela Geometria) que qualquer angulo A formado por duas rectas BA e DA he igual ao angulo P formado pelas suas perpendiculares respectivas PL e PI, quando o ponto P cahe fóra do angulo BAD. Mas quando outro ponto p cahir dentro do ditto angulo; então o angulo A he o supplemento desse angulo p formado pelas perpendiculares respectivas pl e pi; o que facilmente se verá fazendo huma figura, com as lettras dadas.

(**) Diz-se *positivo*; para o distinguir do foco *negativo*, que abaixo se define, o qual jaz para a parte do objecto radiante, que he a posição contraria do positivo. O foco tambem he o lugar da imagem do radiante, o qual he visto pela direcção dos raios que convergem em F'.

a parte do radiante [isto he, para a parte contraria] he que podem concorrer em hum ponto F', chamão-se então *Raios divergentes*; e o ponto F' *foco negativo*. Os pontos O e O', em que o eixo encontra a superficie da lente, chamão-se *centros opticos* [*]. A distancia OF da lente ao objecto radiante, chamar-lhe-hemos, *distancia objectiva*; e á distancia $O'F'$ da lente ao foco F', *distancia fócal*. As lentes, que produzem raios convergentes, ou divergentes chamão-se [geralmente] *Lentes de convergencia*, ou *de divergencia*. As lentes tambem se denominão pela disposição de suas faces, as quaes podem ser ambas convexas, ou ambas concavas, ou ambas planas, ou em fim combinadas duas e duas: assim diremos lente convexo-convexa, ou *biconvexa*; lente concavo-concava, ou *biconcava*; lente plano-plana, ou *biplana*: e nas outras combinações; quando o lado convexo da lente ficar para a parte do ponto radiante, diremos lente convexo-concava; lente convexo-plana: e quando o lado concavo ficar para a parte do radiante, diremos lente concavo-convexa; lente concavo-plana; e finalmente quando a face voltada para o radiante for plana; diremos, lente plano-convexa; e lente plano-concava.

10. *Proposição*. Dado hum ponto radiante no *eixo* de huma esfera de vidro [**]: achar depois de huma refracção [do ar para o vidro] o logar do fóco, isto he, o logar da imagem do ponto radiante.

F 2

(*) Imaginemos que os pontos O e O' sejão os centros de dous circulos indefinidamente pequenos, cujas superficies sejão planas e parallelas; então o eixo FF' da lentilha será (neste caso) perpendicular a essas pequenissimas superficies, e passará pelos centros d'esfericidade E e E'. E sendo isto assim; dir-se-ha, que a lentilha está no centro optico: o que os Francezes exprimem dizendo que a lentilha *est centré*. Verifica-se isto, fazendo girar a lentilha á roda do ditto eixo para vêr se hum objecto fixo muda, ou não de sua posição: e com effeito elle a conservará, se a lentilha estiver no centro optico; como he facil de vêr.

(**) Vê-se claramente, que esta proposição tem logar para quaesquer dous *meios* de differente densidade: mas applicámos ao ar e ao vidro por serem aquelles, de que se faz mais uso.

Solução. Seja E [fig.5] o centro da esfera de vidro $AOIB$; e F o ponto radiante dado no seu eixo FEF', mas fóra dessa esfera, que o ar circumda; e seja O o ponto em que o ditto eixo encontra a superficie esferica.

Isto posto: represente FI hum raio incidente, e tão proximo do eixo, que se possa tomar o pequeno arco OI pela sua tangente; [o que accontece quando o arco for menor que 70 *minutos* de gráu]. Tire-se o raio de esfericidade EI, e se prolongue para fóra até hum ponto N. Digo agora, que o raio incidente FI [como passa do ar para o vidro] deve refranger-se no ponto da entrada I para seguir huma nova direcção IF', que será o raio refracto: e quando este raio encontra o eixo [*] em hum ponto F', que ainda esteja dentro no vidro, como suppomos na [fig.5]; será o ponto F' o fóco positivo, ou o logar da imagem do ponto radiante F.

Vamos agora achar huma equação entre a distancia objectiva OF; a distancia focal OF'; o raio de esfericidade EI; e razão das refracções [3:2] do ar para o vidro, ou em geral [n:1]. Para isto: denotem-se os angulos EFI, FEI, $EF'I$ pelas lettras F, E, F' de seus vertices; e faça-se $FO=d$, $OF'=d'$, $EI=r$: será no triangulo FEI o angulo externo $FIN=E+F$; e no triangulo $EF'I$ será o angulo $EIF'=E-F'$. Ora se suppozermos o arco $OI=\alpha$, e menor que settenta minutos de gráu, podemos então [sem erro de hum segundo] tomar esse arco α pela sua tangente: logo [pelos triangulos FOI e EOI, OIF', suppostos rectilineos e re-

(*) Para que o raio emergente (fig.5) encontre o eixo para dentro do vidro, isto he, para que NI encontre FO, sendo ambas produzidas para dentro da esfera; deve ser o angulo de refracção EIF' menor que o angulo FEI. Mas $EIF'=\frac{2}{3}FIN$; e $FIN=E+F$; logo $EIF'=\frac{2}{3}(E+F)$; e logo $\frac{2}{3}(E+F)<E$; ou $F<\frac{1}{2}E$. Para achar estes angulos F e E (façamos o pequeno arco $OI=\alpha$); e pois he $1 : tg. F$ ou $F :: FO : \alpha$, e $1 : tg. E$ ou $E :: EO : \alpha$; logo (por ser $F<\frac{1}{2}E$) teremos pela substituição $FO>2OE$, que he o caso em que o raio refracto encontra o eixo, sendo ambos produzidos para dentro da dita esfera de vidro.

ctangulos] teremos as tres proporções seguintes....

$$1 : \text{tg. } F \text{ ou } F :: FO\ (d) : \alpha;$$
$$1 : \text{tg. } F' \text{ ou } F' :: F'O\ (d') : \alpha;$$
$$1 : \text{tg. } E \text{ ou } E :: EO\ (r) : \alpha;$$

donde se tirão os valores dos tres angulos

$$F = \frac{\alpha}{d};\quad F' = \frac{\alpha}{d'};\quad E = \frac{\alpha}{r}.$$

Ora como o angulo de incidencia FIN e o de refracção EIF' são tambem muito pequenos [por ser α muito pequeno]; póde o arco tomar-se pelo seno de qualquer desses angulos; e teremos, pelo que havemos ditto, a seguinte proporção:

Sen. FIN ou $E+F$: Sen. EIF' ou $E-F'$ :: 3 : 2, ou $n : 1$; donde se tira

$$[n-1]\ E = F + nF';$$

e nesta substituindo os valores achados de E, F, F'; e dividida depois por α; teremos a formula de approximação para achar a distancia focal, que he a seguinte:

$$[a] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad d' = \frac{ndr}{(n-1)d - r}$$

11. *Scholio.* He facil de vêr, que todos os raios simplices [que compõem o raio conico de luz IFi] hão de passar *sensivelmente* pelo ponto F': porque o pequeno arco OI, ainda que tenha alguma pequena variação, desapparece da formula [a]; e como d e r são constantes, será a distancia focal d' a mesma para todos esses raios: logo o ponto F' he o fóco, ou o lugar da imagem distincta do ponto radiante F.

12. *Corollario.* Quando [fi. 6] o ponto radiante F, se imagina dentro de huma massa de vidro, que envolva em si huma esfera de ar AOB, cujo centro seja E, e o seu eixo $FF'E$: digo, que o angulo de incidencia FIN [no vidro] sendo menor que o angulo de refracção EIf [no ar]; então o raio refracto e diver-

gente fI, sendo produzido, não poderá encontrar o ditto eixo, senão dentro no vidro em hum ponto F' que será o fóco negativo. Será pois

FIN ou $E+F : EIf$ ou $F'IN$ ou $E+F' :: 1 : n$; logo

$[n-1]\ E = F' - nF$; mas he $E = \frac{a}{r}$; $F' = -\frac{a}{d'}$ [por ser d' negativo]; $F = \frac{a}{d}$ pelo [n. 10]. Logo substituindo estes valores na equação antecedente, teremos a distancia focal

$$[b] \ldots\ldots\ldots\ldots\ d' = \frac{-rd}{(n-1)d + nr};$$

e nesta formula fazendo $n = \frac{1}{n'}$, teremos

$$[a'] \ldots\ldots\ldots\ldots\ d' = \frac{n'dr}{(n'-1)d - r};$$

que he a mesma formula, que se acharia pela formula [a] do [n. 10], se nella tomarmos n pelo seu reciproco n'.

13. *Advertencia aos* [*n.os* 10 *e* 12]. Quando o ponto radiante F da [fig.5] estiver a huma tão grande distancia, que se possão suppor sensivelmente parallelas as rectas FO e FI, como se vê na [fig. 9], em que a superficie reflectente he convexa, e o raio incidente fIg he parallelo ao eixo FF': então será; o angulo fIN ou E *para* o angulo EIF' ou $E-F'$ *como* [n : 1]; ou na [fig.6] *como* [n' : 1]. Destas duas proporções se deduzem, pelos [n.os 10 e 12], as formulas seguintes. . . . .

$$d' = \frac{nr}{n-1};\ \text{e}\ d' = \frac{n'r}{n'-1}.$$

Note-se que estes mesmos valores da distancia focal d' tambem se deduzem das formulas [a] e [b] dos [n.os 10 e 12]; fazendo nellas a distancia objectiva d infinita, depois de haver dividido o numerador e o denominador por d, e desprezado a quantidade infinitesima $\frac{r}{d}$. Mas quando for [fig.10] a superficie reflectente conca-

va; então o raio refracto IF'' será divergente; e sendo produzido para o ponto radiante F, concorrerá em F' e por isso [neste caso] será F' o fóco negativo.

14. *Proposição.* Dado hum ponto radiante no *eixo* de huma dada lentilha de vidro, cuja espessura se despreza: achar nesse eixo [depois de duas refracções successivas] o logar do fóco; isto he, o logar da imagem do ponto radiante.

Solução. Na [fig.7] seja $AOBO'A$ a lentilha bi-convexa; F hum ponto radiante $FE'EF'$; e sejão E e F' os centros de esfericidade. Tome-se hum mui pequeno [*] arco OI; tire-se o raio incidente FI; e sejão II' o raio refracto, e $I'F'$ o raio emergente, que encontre o eixo no fóco F' [**]. Será [no triangulo FIE] o angulo de incidencia externo $FIN = E + F$; e [no triangulo $F'I'E'$] o angulo de refracção $F'I'N' = E' + F'$; logo será a somma dos angulos $FIN + F'I'N' = E + F + E' + F'$. E os triangulos IrI', ErE' dão $rII' + rI'I = E + E'$. Ora sendo a razão dos angulos [na refracção do ar para o vidro] como $n : 1$; teremos, por serem os angulos pequenos, as proporções seguintes..........

$$FIN . EII' :: F'I'N' : E'I'I :: n : 1;$$

(*) Isto he, hum arco, cujo valor não exceda *settenta minutos*; para que este arco, avaliado em partes do raio, se possa tomar pelo seu seno, ou tangente, sem erro notavel.

(**) Para que (fig. 7) o raio $I'F'$ encontre o eixo para E ou para E' deve ser o angulo $F'I'N' >$ ou $< E'$: porque se estes angulos fossem iguaes, serião essas rectas parallelas. Ora sendo $F'I'N' = \frac{3}{2}. rI'I$; e sendo $rI'I = E + E' - rII'$; e o angulo $rII' = \frac{2}{3} FIN \frac{2}{3} (E+F)$; será $rI'I = E + E' - \frac{2}{3} (E+F) = \frac{1}{3}(E + 3E' - 2F)$. Logo $F'I'N' = \frac{1}{2}(E + 3E' - 2F$; e substituindo na condição proposta de desigualdade; acharemos que he..............

$F \lessgtr \frac{1}{2}(E+E')$; servindo o signal $<$ para quando concorrerem para E; e o signal $>$ para quando concorrerem para E'. Substituindo agora os valores de $F = \frac{1}{d}$; $E = \frac{1}{r}$; $E' = \frac{1}{r'}$; teremos $\frac{1}{d} \lessgtr \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$; e logo será a condição para que o raio emergente encontre o eixo a seguinte..........

$rr' \lessgtr \frac{1}{2}(r+r')d$, ou $d \gtrless \frac{2rr'}{r+r'}$.

e por ser a somma dos antecedentes para a somma dos consequentes, como $n:1$, teremos a equação seguinte $FIN+F'I'N'=n[EII'+E'I'I]=n[E+E']$; mas achámos ser $FIN+F'I'N'=E+F+E'+F'$; logo, igualando estes dous valores, teremos $n[E+E']=E+F+E'+F'$: donde se deduz a seguinte equação. . . . .
$[A]$. . . . . $[n-1]E+[n-1]E'=F+F'$.
Ora suppondo os arcos $OI=\alpha$, e $O'I'=\alpha'$, menores que 70′ de grau, podem estes tomar-se pelas suas tangentes; e então teremos [nos dous triangulos FOI e EOI considerados como rectilineos e rectangulos] as duas proporções $1:\text{tg}.F$ ou $F::FO$ ou $d:\alpha$; e $1:\text{tg}.E$ ou $E::EO$ ou $r:\alpha$; similhantemente [nos dous triangulos $F'O'I'$ e $E'O'I'$] teremos $1:\text{tg}.F'$ ou $F'::F'O'$ ou $d':\alpha'$; e $1:\text{tg}.E$ ou $E'::E'O'$ ou $r':\alpha'$. Donde se tirão os valores seguintes. . . . .

$$F=\frac{\alpha}{d};\ E=\frac{\alpha}{r};\ F'=\frac{\alpha'}{d'};\ E'=\frac{\alpha'}{r'};$$

os quaes sendo substituidos na equação antecedente $[A]$; e suppondo depois que os arcos α e α' são iguaes entre si muito proximamente; e dividindo toda a equação por elles; acharemos, que o valor pedido da distancia focal [sem attender á espessura OO' da lentilha] he o seguinte. . . . .

$$[B]\ \ldots\ldots\ d'=\frac{rr'd}{[n-1]dr'+[n-1]dr-rr'}.$$

15. *Corollario.* Nas lentilhas opticas, sendo $E'=E$; e $n:1::\frac{3}{2}:1$; teremos pela equação $[A]$ do numero antecedente, a seguinte . . . $E=F+F'$. E pela equação $[B]$, sendo $r'=r$, a seguinte . . . $d'=\dfrac{rd}{d-r}$.

16. *Proposição.* Dado hum ponto radiante no *eixo* de huma dada lente de vidro, cuja espessura se não despreza: achar [depois de duas refracções successivas] o logar do fóco, isto he, o logar da imagem do ponto radiante.

Solução. Pelo [n.10] applicado á [fig.8] em que suppomos que o raio refracto II' produzido encontra o eixo em F'', he a distancia focal $d'=OF''=O'F''+OO'=d''+e$, [sendo a espessura $OO'=e$]. Substituindo este valor de d' na equação [a] do [n.10], e tirando depois o valor de d'', teremos ....

$$[a] \ldots\ldots\ldots \; d''=\frac{ndr-[n-1]de+re}{[n-1]a-r}$$

Mas pela [fig.8]; he o triangulo de refracção [no ar] $F'I'N=E'+F'$; e o angulo de incidencia [no vidro] $F''I'N'=E'+F''$: logo [pela razão [$n:1$] das refracções do ar para o vidro] será $E'+F'=n[E+F'']$; e nesta substituindo os valores de $E'=\frac{1}{r'}$; $F'=\frac{1}{d'}$; $F''=\frac{12}{d''}$, teremos ....

$$[b] \ldots\ldots\ldots\ldots \; d''=\frac{-nr'd'}{[n-1]d'-r'};$$

Igualando estes dous valores de d''; teremos huma equação, pela qual acharemos [no caso de se não desprezar a espessura da lente] a distancia focal .... [C]

$$d'=\frac{ndrr'-[n-1]der'+err'}{n[n-1]dr'-nrr'+n[n-1]dr-[n-1]de+[n-1]er}.$$

17. *Proposição.* Dado hum ponto radiante *fóra do eixo* de huma lentilha, cuja espessura se despreza: achar [depois de duas refracções] o logar do fóco; isto he, o logar da imagem do ponto radiante.

Solução. Sejão [fig.11] os pontos E' e E os centros dos arcos $AO'B$ e AOB da lentilha, cujo eixo seja $fE'Ef''$; e seja F o ponto radiante que está fóra do eixo. Tire-se a recta FEF''; e ache-se pelo [n.10] o fóco F''. Tire-se depois a recta $F''E'$. E considerando agora F'' como hum ponto radiante [dentro de huma massa de vidro cujo eixo he $F''E'$]: ver-se-ha pelo [n. 12] que os raios, que partindo de F'', forem encontrar a superficie convexa $A'OB$, serão refrangidos [na passagem do vidro para o ar] de maneira, que [sendo pro-

duzidos para a parte de F''] concorrerão para dentro do vidro em hum ponto F' do eixo, que será o fóco, ou o logar da imagem do ponto F''; e logo F' será tambem o fóco, ou o logar da imagem do ponto radiante F.

18. *Scholio.* Se com o centro E com o raio EF descrevermos hum arco Ff, que encontre o eixo no ponto f; e com o centro E', e o raio $E'F''$ descrevermos outro arco $F''f''$, que encontre o eixo em f''; e com o mesmo centro E', e o raio $E'F'$ descrevermos finalmente o arco $F'f'$, que encontre o eixo em f'; será f' o fóco ou a imagem do ponto f, como he facil de vêr pelos [n. 10 e 12]. E com effeito: sendo constante a distancia d para os pontos F e f, e tambem constante o raio r, será a distancia focal d' a mesma para os pontos F'' e f''. Mas estando F'' e f'' igualmente distantes da superficie refringente $AO'B$; tambem [n.12] os fócos F' e f' serão equidistantes da superficie $AO'B$ da lentilha cuja espessura se despreza.

19. *Corollario.* O que acaba de dizer-se (fig.11) a respeito dos pontos F e f, podendo applicar-se a todos os pontos do arco Ff concentrico ao arco AOB; vê-se que *a imagem do arco radiante Ff será o arco $F'f'$*, concentrico ao arco $AO'B$; isto he, a imagem (neste caso) ficará invertida; e ficará determinada a posição da imagem $f'F'$ de todo o objecto fF, logo que se determine no eixo o logar do foco f' que corresponde ao ponto radiante f do mesmo eixo.

20. *Advertencia.* Se (fig.12) a lentilha $AOBO'A$ (cujo eixo he $GO'OH$) for symmetrica, isto he, se for o arco AOB igual ao arco $AO'B$: he facil de vêr, que o raio de luz FI, que (atravessando a lentilha com a direcção II') passar pelo meio C da sua espessura OO', sahirá com huma direcção $I'F'$ parallela á direcção FI com que entrou: pois que os triangulos mistilineos COI e $CO'I'$ sendo iguaes, neste caso; o raio II' de luz formará (nos pontos I e I') com os raios FI e $F'I'$ os angulos alternos iguaes; logo o raio emergente $I'F'$ sahirá parallelo ao raio incidente FI (n.7). E como as

espessuras das lentilhas são ordinariamente muito pequenas; estes dous raios FI e $I'F'$ formão sensivelmente huma só recta $FII'F'$, que se chama o *Eixo principal*.

ARTIGO III.

Da grandeza e posição do fóco, ou logar da imagem de hum objecto radiante nas differentes Lentes.

21. MOSTRAREMOS primeiramente que a formula (B) do (n.14) deduzida para a lentilha bi-convexa, isto he, *convexo-convexa*, póde servir para as differentes qualidades de lentilhas *convexo-concavas*, *convexo-planas*, etc., (como se verá na Taboa). Por tanto suppondo $n=\frac{3}{2}$ na formula (B) do (n 14): digo, que a formula geral he, a seguinte..............................

$$(A) \ldots\ldots\ldots \quad d'=\frac{2drr'}{dr'+dr-2rr'};$$

a qual tendo a convexidade voltada para o objecto radiante, o seu raio ($+r$) positivo jaz para a parte da imagem; e o raio ($+r'$) da concavidade jaz para a parte do objecto. Isto posto: se fizermos (por exemplo) os raios r e r' ambos negativos na formula (A) teremos a formula de huma lentilha bi-concava, isto he, concavo-concava: e assim acharemos as formulas das differentes lentilhas, conforme os signaes (+ ou -), e a grandeza dos raios (r e r').

Para vêr isto mais claramente façamos a seguinte: *Construcção geral que comprehende todas as lentes da Taboa.* Seja (fig.13) R o ponto radiante; a recta $RE'eoo'Ee'$ o eixo das differentes lentes, que se hão de construir; a recta ros huma perpendicular ao eixo. Com

o centro E, e o raio Eo descreva-se o arco AoB: imagine-se agora que este arco convexo AoB (juntamente com o plano $AoBsr$ em que está) gira á roda da recta immovel rs para a parte do radiante R, até cahir o centro E em hum ponto e do eixo; tomando a posição $a'ob'$, isto he, ficando a sua concavidade voltada para o radiante R: de maneira, que, se for $Eo=+r$, será $eo=-r$. Similhantemente se verá, que, sendo $mo'n$ outra recta perpendicular ao eixo; o ponto E' o centro; a recta $E'o'$ o raio do arco $A'oB$, cuja concavidade fique voltada para o radiante R; se este arco girar com o seu plano $Ao'Bnm$ á roda da recta immovel mn até que o ponto E' cáia sobre hum ponto e' do eixo: o arco tomará a posição $ao'b$, isto he, ficará agora a sua convexidade voltada para R: de maneira, que, se for $E'o'=+r'$, será $e'o'=-r'$.

22. Isto posto: veremos facilmente pela Taboa que se segue, como da formula geral se deduzem as formulas para achar d' em todas as differentes lentilhas: suppondo qualquer dos valores dos raios negativo, ou ambos negativos; e tambem qualquer dos dittos valores infinito, ou ambos infinitos, como se verá na (Fig. 14) que comprehende todos os casos.

TABOA que dá o valor da distancia focal d' em todas as lentilhas de vidro de convergencia e divergencia, deduzido da formula da lentilha biconvexa (de convergencia) que he a seguinte . . . (*B*) . . do (n.14).

Formula geral. . . . . . $d' = \frac{2drr'}{dr'+dr-2rr'}$

Valores de d' deduzidos da Formula acima (conforme o signal e grandeza de r e r') nas lentilhas de convergencia. (Veja-se a (Fig.13).

$(AOB.bo'a)$	$(a'ob'.BC'A)$	$(AOB.no'm)$	$(sor.AO'B)$
$EO = +r;\ e'o' = -r'$	$eo = -r;\ E'O' = +r'$	$EO = +r;\ E\,O' = \infty$	$EO = \infty;\ EO' = +r'$
Convexo-Concava	*Concavo-Convexa*	*Convexo plana*	*Plano-Convexa*
$d' = \frac{-2drr'}{-dr'+dr+2rr'}$	$d' = \frac{-2drr'}{dr'-dr+2rr'}$	$d' = \frac{2dr}{d-2r}$	$d' = \frac{2dr'}{d-2r'}$

Valores de d' deduzidos da Formula acima (conforme o signal e grandeza de r e r') nas lentilhas de divergencia. Veja-se a (Fig.13).

$(a'ob.bo'a)$	$(a'ob'.no'm)$	$(sor.ao'b)$	$(ros.no'm)$
$eo = -r;\ e'o' = -r'$	$eo = -r;\ E'O' = \infty$	$EO = \infty;\ e'o' = -r'$	$EO = \infty;\ E'o = \infty$
Concavo-concava	*Concavo-plana*	*Plano-concava*	*Plano-plana*
$d' = \frac{2drr'}{-dr'-dr-2rr'}$	$d' = \frac{-2dr}{d+2r}$	$d' = \frac{-2dr'}{d+2r'}$	$d' = -d$

23. Veremos agora pelas formulas desta Taboa: Qual he a *marcha da imagem* que corresponde á *marcha do objecto?* Ora sabendo-se que a marcha do objecto, isto he, que o valor de d (sempre positivo) cresce (*) desde *o* até ∞; he preciso vêr se d' he *negativo* ou positivo, isto he, se a imagem está *da parte anterior*

(*) O signal *o* denotará huma quantidade tão pequena quanto se quizer; mas não o zero absoluto: e o signal ∞ denotará huma quantidade tão grande quanto se quizer; mas não o infinito absoluto.

ou posterior da lentilha; e se d' cresce ou diminue, isto he, se a imagem se affasta ou approxima á lentilha. Para isso: acharemos primeiramente para cada huma das formulas da Taboa; qual he o valor de d que faz $d'=\infty$: o que he facil achar fazendo o seu denominador igual a zero. Depois supporemos $d=o$; $d>, =$ ou $<$ o ditto valor achado; e $d=\infty$: e acharemos os valores correspondentes de d'. Note-se que a expressão $d'=(+)$, ou $d'=(-)$; quer dizer que o valor de d' he positivo, ou negativo. Assim (por exemplo) na formula geral da lentilha bi-convexa; faremos o denominador $dr'+dr-2rr'=o$; o que dá $d=\frac{2rr'}{r'+r}$, valor que fará $d'=\infty$: por tanto teremos que ....

---

24. Na lentilha *bi-convexa* sendo

$d=o$ .... he .... $d'=-o$

$$\left.\begin{matrix} d< \\ d= \\ d> \end{matrix}\right\} \frac{2rr'}{r+r'} \begin{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots d'=(-) \\ \ldots\ldots d'=\mp\infty \\ \ldots\ldots\ldots\ldots d'=(+) \end{cases}$$

$d=\infty$ .... $d'=\frac{2rr'}{r+r'}$

(*) Quer dizer que (na lentilha bi-convexa) affastando-se o *objecto* da lentilha desde o até $(2rr' : r+r')$; a sua *imagem* he *anterior*, e tambem della se affasta desde o até ∞. E continuando ainda o objecto a affastar-se até $d=\infty$; volta a sua imagem a ser *posterior* á lentilha, e approximar-se a ella desde $+\infty$ até $(2rr' : r+r')$; como facilmente se vê pelo que fica ditto.

---

25. Na lentilha *convexo-concava*; quando $d=(2rr' : r'-r)$ he $d'=\infty$: logo (sendo $r'>r$), e affastando-se o *objecto* desta lentilha desde o até $(2rr' : r'-r)$; a sua *imagem* será *anterior*, e tambem della se affastará des-

(*) Quando $r'=r$ he $2rr' : r+r'=r$; logo (neste caso) sendo $d>r$, e affastando-se o objecto da lentilha; a sua imagem se approxima a ella, até ser $d'=r$; para a parte posterior.

de o até ∞. E continuando a affastar-se o objecto, volta a sua imagem a ser *posterior*, e approximar-se á lentilha; de maneira que quando $d=\infty$ he $d=(2r'r:r'-r)$. O que facilmente se achará pela formula desta lentilha; (veja-se a Taboa).

---

26. Na lentilha *concavo-convexa*; quando $d=(2rr':r-r')$ he $d'=\infty$: logo (sendo $r>r'$, e affastando-se della o *objecto* desde o até $(2rr':r-r')$; a sua imagem será *anterior*, e tambem della se affastará desde o até ∞. E continuando o *objecto* a affastar-se da lentilha desde $(2rr':r-r')$ até ∞; a sua *imagem* voltará a ser *posterior*, e approximar-se á lentilha desde $+\infty$ até $d'=(2rr':r-r')$.

---

27. Na lentilha *convexo-plana*; quando $d=2r$ he $d'=\infty$: logo (sendo $d<2r$), e affastando-se della o *objecto* desde o até $2r$; a sua *imagem* será *anterior*, e tambem della se affastará desde o até ∞. E continuando o objecto a affastar-se da lentilha (caso em que já he $d>2r$); a sua *imagem* voltará a ser *posterior*, e approximar-se á lentilha: de maneira que affastando-se o *objecto* desde $2r$ até $+\infty$; a sua *imagem* posterior se approximará á lentilha desde ∞ até $d'=2r$; como se verá pela Taboa.

---

28. Na lentilha *plano-convexa*; quando $d=2r'$ he $d'=\infty$: logo concluir-se-ha para esta lentilha tudo o que fica ditto na antecedente (*convexo-plana*); mudando somente r em r': como se collige da Taboa.

Lentilhas de divergencia.

29. Na lentilha *concavo-concava*: fazendo o denominador do valor de d' igual a zero; acha-se $d=-(2rr':$

$r+r'$), isto he, hum valor negativo para d (que he a distancia do objecto): o que não póde ser; pois d he sempre positivo. Logo d crescendo desde o até ∞; então o valor de d' (que he sempre negativo) crescerá desde o até $-(2rr' : r+r')$. Quer dizer que na lentilha *concavo-concava*, sempre a *imagem he anterior*, e se vai affastando da lentilha desde o até $-(2rr' : r+r')$, em quanto o *objecto* se affasta della desde o até ∞; como se verá pela Taboa.

30. Finalmente, nas tres ultimas lentilhas; concavo-plana; plano-concava; plano-plana: similhantemente se vê o que deve accontecer a respeito da marcha da imagem comparada com a do objecto, que a produz.

PARTE IV.

DA VISÃO.

Artigo I.

Da Descripção do Olho; e de como nelle se formão as imagens dos objectos.

1. A visão, ou acto de vêr, depende immediatamente do sentido da vista, cujo orgão he o *Olho*; o qual (sendo percutido pelos raios de luz, que partem de qualquer objecto externo) vê a imagem desse mesmo objecto. Este fenomeno tão admiravel não podia deixar de excitar a curiosidade dos homens; recorrendo á Anatomia para analysar a estructura do olho, a fim de conhecer (ou ao menos entrever) a causa deste effeito; para o poder explicar por algumas hypotheses bem fundadas na observação, e na experiencia.

2. A Anatomia nos ensina (fig.1), que a figura *NDEDN* do olho he globosa ou proximamente esferica, acabando porêm na sua parte anterior *DED* em segmento de huma esfera menor. A materia contida neste globo (a que se chama olho) he envolvida em tres tunicas, a saber: a *Cornea*, a *Sclerotide*, e a *Choroide.* A *Cornea*, ou primeira tunica exterior *NDEDN*

he dura e quasi toda opáca; excepto na superficie *DED* do pequeno segmento, que he diafana; e por isso esta porção *DED* se chama a *cornea transparente.* A *Sclerotide*, ou segunda tunica *PIIP*, tem (defronte da cornea transparente *DED*) huma abertura circular *PP*; mas esta abertura se acha quasi toda tapada em roda por hum tecido de raios e circumferencias concentricas (fig. 2) que se chama *Iris*, no meio do qual ha hum orificio que se chama *Pupilla*, e vulgarmente *menina do olho.* A *Choroide*, ou terceira tunica *BsB*, he hum tecido de huma substancia negra, (que forrando a superficie interior do espaço *BsB*) forma huma especie de camera obscura; e na sua parte anterior *BCCB* ha huma pequena lentilha *CC*, que se chama o *Cristalino*, ligada á choroide pelos musculos *CB*, *CB*, chamados *ligamentos ciliares.* Sobre o fundo da choroide assenta hum tecido *mon* mui branco e fino, que se chama *Retina*, a qual vem a ser huma expansão do *nervo-optico NN* (*). Contem-se tambem dentro do globo do olho dous humores, a saber: o humor *aquoso*, e o *vitreo.* O *humor aquoso* (que he hum liquido mui limpido e claro) he contido no espaço que ha entre a cornea e o cristalino; e dentro deste fluido está mergulhado o Iris. O *humor vitreo*, que he de huma substancia mui clara e gelatinosa, existe no espaço entre o cristalino e o fundo do olho.

3. Trataremos agora de fazer ver os usos das differentes partes do olho (acima descriptas) na formação da imagem de qualquer objecto luminoso; o que se costuma explicar assim: Sabe-se (pela experiencia e observação) que o *Iris*, *PP* (fig. 1, 2, 3) quando he ferido pelos raios de luz, se contrahe naturalmente; de maneira que o seu orificio central (que he a pupilla) se torna muito menor do que era estando ás escuras. E

(*) He mais que provavel, que, por meio do nervo optico *NN*, he que se transmitte á nossa alma a sensação, que causa qualquer raio de luz, que fere a retina *mon.*

que o *Cristalino CC* (fig. 1, 3), esta pequena lentilha bi-convexa (que está presa á choroide pelos ligamentos ciliares) se torna menos convexa, quando estes ligamentos (por huma contracção natural) a pertendem estender; e alguns Authores tambem avanção, que estes ligamentos servem para approximar ou affastar o cristalino da pupilla. E que a *choroide BsB* (fig. 1) (este tecido formado de huma substancia negra) serve para absorver os raios de luz, que se dispersão pelo espaço da camera posterior obscura.

4. Supposto o que fica ditto em os numeros antecedentes: vejamos agora como se forma a imagem de qualquer ponto radiante *R* (fig. 3). Seja *Rii* hum raio conico de luz; e a recta *RF* o seu eixo, o qual atravessando perpendicularmente a cornea transparente *DD*, e o cristalino *CC*; até ferir a retina *MN* no ponto *F*, não soffre [(n. 5) da Dioptrica] refracção alguma; (*A este eixo RF chama-se eixo-optico*) porêm os raios incidentes *Ri*, *Ri*, penetrando a cornea e todo o humor aquoso (passando pela pupilla *oo*) até chegar ao cristalino *CC*, se refractão por huma direcção *ion*, approximando-se ao eixo optico *RF*: e logo que tocão e penetrão o cristalino (que he mais denso) se tornão a refractar, chegando-se mais para o eixo *FR*: e sahindo do cristalino para o humor vitreo, que he menos denso, os dittos raios se tornão a separar hum pouco do mesmo eixo; porêm ainda a sua convergencia he tal, que elles se vão reunir em hum ponto *F*, que he o foco, ou o logar da imagem do radiante *R*. Isto posto: póde considerar-se (por mais facilidade) que os raios de luz formão duas pyramides conicas *Roo*, e *Foo* (fig. 3) que tenhão ambas por base a pupilla *oo*; por vertices o ponto radiante *R*, e o foco *F*; e por eixo a recta *RF*. E finalmente reduzir estas duas pyramides conicas (ou raios conicos de luz) a serem representadas somente pelo seu eixo commum: de maneira que este *eixo optico RF represente o raio de luz, que sahindo do objecto R, pinta a sua imagem em F.*

5. *Corollario.* Logo (fig. 3) se for *r* outro ponto ra-

diante á direita do eixo *RF*, e tão distante da cornea *DD* quanto o está o ponto *R*: então a recta *rf* (conduzida pelo centro da pupilla *oo*) será o raio de luz, que pintará a imagem *f* do ponto *r* á esquerda do mesmo eixo *RF*: de maneira que qualquer objecto *Rr* terá a sua imagem *Ff* invertida sobre a retina *NM*.

6. *Corollario*. Sendo (fig. 3) $Rr' = Rr$; e tirando pelo centro da pupilla *oo* as rectas *rf*, *r'f'*: vê-se facilmente que (girando esta figura á roda do eixo *RF*) se hão de formar duas pyramides conicas de luz; tendo huma por base o objecto, a outra a sua imagem, e ambas por vertice o centro da pupilla.

ARTIGO II.

Das circumstancias da Visão distincta; e do logar onde se vê a imagem de qualquer objecto visivel.

7. A VISÃO distincta de qualquer objecto depende essencialmente de que *a sua imagem se imprima immediatamente sobre a retina MN* (fig. 3): mas, alêm disto, são precisas certas condições: 1.° da *direcção*, com que os raios da luz do objecto ferem nossos olhos; 2.° da *grandeza* do objecto; 3.° *de sua distancia* a nossos olhos; 4.° *de sua quietação*; 5.° *da claridade dos objectos contiguos*. E com effeito: para que qualquer objecto possa ser distinctamente visto, he preciso I.° que os raios de luz que partem do objecto entrem em nossos olhos com huma *direcção tal*, que faça hum pequeno angulo (fig. 3) com o eixo optico *RF* (n. 4): porque a imagem a mais distincta do radiante *R* está no seu foco *F*, que he hum ponto do eixo optico *RF*, o qual ferindo a retina *MN* perpendicularmente com toda a

sua força (n.21 da Optica) produz huma sensação maior que qualquer dos outros raios rf e $r'f'$: logo, quanto mais proximos estiverem os focos f e f' do foco F, tanto mais distinctamente se verão os seus objectos r e r': e por isso, o angulo formado no centro da pupilla pelos raios rf e $r'f'$ (a que se chama angulo optico) deve ser pequeno, isto he, de alguns minutos de gráu. II.° *A grandeza* do objecto tambem concorre para que elle não seja visto distinctamente: porque as differentes partes de qualquer objecto não podem ser miuda e distinctamente vistas, sem dirigir para cada huma dellas em particular o eixo optico do olho; e com reflexão da nossa parte para poder examinar as partes nimiamente pequenas do objecto (*). Advirta-se, que quando fallarmos da grandeza de qualquer objecto; não devemos entender a sua *grandeza real*; mas sim a sua *grandeza apparente*, a qual se avalia pelo angulo optico, isto he, pelo angulo formado (no centro da pupilla) pelos raios rf e $r'f'$, que (partindo dos extremos do objecto rr') vem pintar na retina a sua imagem ff'. III.° *A distancia* do objecto ao olho tambem influe na visão distincta: porque nós não vemos distinctamente nem os objectos muito distantes, nem os muito proximos; e ha para cada individuo huma certa distancia, em que elle vê muito bem qualquer objecto. Mas como esta distancia he variavel, tem-se escolhido (como unidade) a distancia de *hum palmo* (8 pollegadas), para huma vista ordinariamente boa: como adiante diremos. IV.° *A quietação* do objecto he indispensavel para elle ser visto distinctamente: porque logo que hum objecto visivel se move sensivelmente; tambem a sua imagem se move sobre a retina; e por isso não dá tempo a que a sensação produza a imagem distincta. E se for muito rapido o movimento do corpo que se move; parecerá ver-se a linha luminosa que elle descreve: de ma-

---

(*) Diz-se ordinariamente que hum objecto não he visivel, quando o seu angulo optico for menor que hum minuto do gráu.

neira que se o ditto corpo luminoso girar rapidamente na circumferencia de hum circulo: então vê-se somente essa circumferencia luminosa, sem que possa distinguir-se o corpo que a descreve. V.ª *A claridade* dos outros objectos contiguos ao objecto, que se quer vêr, tambem influe na visão distincta desse objecto: e com effeito: quando a luz dos outros objectos he mais intensa que a do objecto proposto; este se não póde vêr, ou se vê muito confusamente; por exemplo, as estrellas, que tão distinctamente se vêem de noite, não se podem vêr de dia, á vista simples: a claridade que se vê no fosforo, estando ás escuras; não se vê á luz de huma vela. Demais: a claridade ou escuridade do fundo, sobre que he visto o objecto, tambem concorre para a sua visão distincta: assim, quando por diante do sol passa hum planeta (que não tem luz propria); vê-se sobre o sol esse planeta, como se fosse huma mancha negra; o que não accontecería se elle tivesse luz propria: e tambem se vêem distinctamente as estrellas, apezar de ser a grandeza apparente da sua imagem (em nosso olho) menor que hum segundo de grau; porque de noite ellas apparecem sobre hum fundo escuro (*).

8. A respeito do fenomeno da visão ha hum facto que parece inexplicavel, e he o seguinte: Qual he a causa de vermos *fóra de nós* a imagem *direita* do objecto visivel, quando ella *dentro em nós (sobre a retina)* se nos pinta *invertida?* Diremos com tudo, que nos parece natural, que *a reacção* da retina seja igual á *acção* com que ella he percutida por qualquer raio de luz; e que por isso ella refere, pela mesma direcção desse

---

(*) Apezar de todas estas condições, que ficão acima expostas em este (n. 7), para que a visão seja distincta, he tambem conveniente que nos lembremos que as reiteradas impressões, que produzem em nós os objectos vistos e apalpados juntamente, são entre si tão connexas, e as idéas (que dellas resultão) tão associadas, que a nossa alma parece formar d'ambas huma só idea composta: de maneira, que quando vemos hum objecto já por nós conhecido, formamos logo a idea da sensação que teriamos se o apalpassemos; e vice versa etc.

raio, a sensação tal qual esse raio lhe causou. E nisto se funda o seguinte:

Principio fundamental da Visão.

9. O logar (fig.4) onde nos parece que existe qualquer ponto radiante *R* (que vemos) he sempre na recta *omF*, que seria o prolongamento da ultima direcção *mo*, com que o raio de luz *Rstrmo*, que parte do radiante *R*, entra em qualquer dos nossos olhos *O*: de maneira, que, por mais desvios, e inflexões, que esse raio *Rstrmo* soffra até chegar á retina *MN*; sempre a imagem *F* do objecto *R* será vista na recta *omF*, que he o prolongamento da ultima direcção *mo*, com que o raio de luz entrou no olho.

10. *Corollario.* Segue-se dos (n. 8 e 9) que *a imagem ff' do objecto* visivel *rr'* (fig.3) *he vista direitamente*, isto he, na mesma posição em que está o seu objecto: e tambem se segue da condição II.ª do (n. 7) que *a grandeza do objecto rr'* he avaliada pelo arco *ff'* que serve de medida ao angulo optico formado no centro da pupilla. E he facil de vêr, que este angulo optico (não sendo$>1°,5$) está na razão inversa da distancia do objecto ao olho: logo, quanto mais distante estiver o objecto visivel, menor será o angulo optico, e por isso menor a sua grandeza apparente.

11. *Scholio.* Tudo o que havemos ditto (n. 7) sobre a visão distincta suppõe que a imagem do objecto visivel se pinta immediatamente sobre a retina: porêm se esta imagem se fórma fóra da retina; por diante, ou por detrás della: então a visão desta imagem he confusa. Daqui procedem as tres differentes qualidades de vista, a saber: *vista-boa; vista-curta; vista-cançada;* cujas definições são as seguintes

12. *Vista-boa* diz-se ter aquelle que vê distinctamente hum objecto na distancia de hum palmo affastado de seus olhos. A razão disto he, porque (nesta dis-

tancia) se lhe pinta e fórma a imagem do objecto sobre a retina.

13. *Vista-curta* diz-se ter aquelle que só póde vêr distinctamente o objecto em distancia menor que hum palmo: e o que tem esta vista chama-se *Myope*. A razão disto he, porque a imagem do objecto se forma antes de tocar a retina do Myope: e por isso elle approxima o objecto a seus olhos até que a imagem do objecto ou o foco lhe fira a sua retina.

14. *Vista-cançada* diz-se ter aquelle que só póde vêr distinctamente o objecto em distancia maior que hum palmo; e o que tem esta vista chama-se *Présbyta*. A razão disto he, porque a imagem do objecto se fórma por detraz da retina do Présbyta: e por isso elle affasta o objecto de seus olhos até que a imagem do objecto ou o foco venha ferir-lhe a retina.

15. *Scholio*. Segue-se do que (n. 7) fica ditto: que a maior ou menor abertura da pupilla; a maior ou menor convexidade da cornea transparente e do cristalino; e a maior ou menor distancia do cristalino á pupilla ou á retina; tudo isto concorre para haverem (n. 12, 13, 14) as tres sobredittas qualidades de vista. E com effeito: o que tiver maior pupilla, (entrando por ella mais raios); verá com menos luz do que aquelle que a tiver menor: porêm mais sensivel será então o defeito no Myope, ou no Présbyta. O que tiver o cristalino mais convexo ou mais achatado, do que deve ser, pintar-se-lhe-há a imagem do objecto visivel por diante, ou por detraz da sua retina; e por isso será Myope ou Présbyta. O que tiver o cristalino mais proximo ou mais affastado da retina, do que convêm, será (pelo que acaba de dizer-se) Presbyta ou Myope. Deve-se porêm advertir que estes defeitos são em parte naturalmente remediados, como havemos ditto (n.3) pela contracção ou dilatação do Iris, e dos ligamentos ciliares; tornando-se assim a pupilla mais larga ou mais estreita; e mudando-se a convexidade, e a posição do cristalino: de maneira que o que tem *vista boa* póde (por isto) vêr ao longe, e vêr ao perto.

16. *Scholio.* Havemos ditto (n. 9) que o objecto visivel deve ser visto na recta prolongamento da ultima direcção, com que o raio de luz (que delle parte) entra em nossos olhos: mas não se disse, em que ponto dessa recta se deveria vêr a imagem desse objecto; isto he, a sua distancia aos olhos. Esta distancia, que parece ficar indeterminada pela vista, he (de algum modo) naturalmente avaliada por huma reiterada experiencia propria, fundada na sensação que nos causa a claridade e precisão, com que vemos a grandeza apparente do objecto, relativamente a outros, cuja posição nós julgamos conhecida: e tambem (nos parece) que concorre para isso o habito, em que estamos, de vêr com ambos os olhos huma só imagem do mesmo objecto, quando na realidade cada hum dos olhos vê separadamente a sua imagem (*). E com effeito

17. Ainda que deviamos vêr com ambos os olhos duas imagens distinctas de hum mesmo objecto; vemos com tudo huma só imagem. A razão disto he, porque naturalmente nos havemos costumado a dar huma conveniente direcção aos dous eixos opticos, para que ambos concorrão no objecto visivel; e assim sobrepomos tão exactamente huma imagem á outra, que de ambas resulta vermos huma só imagem distincta. Por tanto: *este concurso dos dous eixos opticos em hum objecto visivel (parece-nos) que determina o logar desse objecto.*

I

(*) He huma observação familiar, que, quando huma criança principia a dar alguma attenção aos objectos que se lhe apresentão, ella estende logo o braço para os tocar. Estas reiteradas experiencias de vêr, e apalpar logo o objecto visivel; estas duas sensações simultaneas da vista e do tacto, a que nos habituamos desde a mais tenra infancia, produzem em nós huma só idéa composta das duas, por meio da qual julgamos immediatamente da distancia, e da grandeza apparente dos objectos que vemos: e como este juizo não he sempre conforme com a realidade desses objectos; nascem daqui differentes illusões opticas.

ARTIGO III.

Explicação de algumas illusões Opticas.

18. HAVEMOS ditto (n. 10) que a imagem de qualquer objecto visivel ou *a sua grandeza apparente* se avaliava pela grandeza do *angulo optico;* isto he, do angulo formado na pupilla por dous raios visuaes, tirados dos extremos do objecto para a pupilla: e que se o angulo optico, ou o arco que o mede não for $>1^\circ,5$; será este angulo na razão inversa da distancia do objecto ao olho; isto he, quanto menor for a distancia, maior parecerá a grandeza apparente do objecto; e reciprocamente. Esta proporção tem proximamente logar, quando o objecto está longe, ou fóra do alcance da vista: porque nas pequenas distancias, a que estamos habituados a vêr os objectos, que nos rodeião; julgamos de sua grandeza e distancia por huma reiterada e natural experiencia de sensação.

19. *Proposição. A grandeza apparente de hum objecto póde parecer maior, sendo visto: (I) ou de huma distancia igual a outra; (II) ou de huma distancia maior que outra.*

E com effeito: seja (fig. 5) o ponto O o centro do sector OAO', cujo arco $ABO''o'$ he de 60°, será a sua corda $O'A = OA$ raio do sector. Tome-se no arco $ABO''O'$ huma parte AB, cuja corda represente o objecto visivel AB; e no arco BO' tome-se BO'': e tirem-se dos pontos O, O', O'' rectas para os extremos A e B. Donde he facil de concluir, que apesar de serem as distancias OA e $O'A$ iguaes; comtudo a imagem de AB vista de O he dupla da que seria vista do ponto O'. E

que apesar de ser $AO > AO''$; comtudo ver-se-ha *maior* a imagem de AB do ponto O, do que do ponto O''.

20. *Corollario.* E de *distancias desiguaes* (como $O'A$, $O''A$) póde ver-se a imagem apparente da *mesma grandeza*: porque os angulos $AO'B$ e $AO''B$ tem ambos por medida metade do arco AB.

21. *Proposição. Se o olho estiver no vertice de hum angulo rectilineo; os lados deste angulo lhe parecerão parallelos. Se estiver dentro no angulo; parecer-lhe-hão convergentes para o lado da divergencia. E se estiver no angulo verticalmente opposto; parecer-lhe-hão divergentes para o mesmo lado da divergencia.*

E com effeito: seja (fig. 6) o ponto O o vertice do angulo FOG: e deste ponto como centro, e com os raios OA, OD, OF, etc. descrevão-se os arcos AB, DE, FG, etc.: tire-se a recta $O'OO''$, que divida o angulo, e o seu verticalmente opposto em duas partes iguaes (por exemplo), Digo: que, (se o olho estiver no vertice O) os arcos AB, DE, FG, etc., mui distantes do olho, lhe parecerão iguaes; pois todos são vistos debaixo do mesmo angulo FOG: logo parecerão *parallelos* os lados AF, BG, que erão divergentes. Se o olho estiver em O' dentro no angulo; tirem-se rectas deste ponto para todos os extremos dos arcos: he evidente, que sendo o angulo $AO'B > DO'E > FO'G >$ etc., tambem parecerá ser o arco $AB > DE > FG >$ etc.: logo as rectas AF, BG (que são divergentes) parecerão convergentes. E finalmente se o olho estiver em O'' no angulo verticalmente opposto: he facil de vêr; que tirando rectas de O'' para os extremos dos arcos; os angulos, formados em O'', irão sendo maiores quanto mais distantes (do ponto O'') estiverem os arcos: logo os lados AF, BG parecerão divergentes, como effectivamente o são.

22. *Corollario.* Logo, quem estiver entre dous muros mui compridos e parallelos; parecer-lhe-ha, que elles se vão inclinando reciprocamente hum para o outro: porêm se se encostar para hum dos muros, parecer-lhe-ha, que o outro he o que somente se inclina.

E quando for caminhando, parecer-lhe-ha, que os muros se vão affastando hum do outro. A mesma inclinação verá, quem estiver entre dous edificios mui altos (como torres etc.)

23. *Proposição. O objecto, que estiver mais ou menos illuminado parecerá menos ou mais distante.*

E com effeito: como estamos costumados a vêr, que hum objecto illuminado vai successivamente perdendo a sua claridade quanto mais se affasta de nós: por isso involuntariamente julgamos da distancia desse objecto, conforme se diz nesta *Proposição*: especialmente se o objecto está fóra do alcance da vista.

24. *Scholio.* Acaba de dizer-se em o n.° antecedente, que a maior ou menor intensidade da luz de hum mesmo objecto faz julgar falsamente de sua verdadeira distancia: digo agora, que este falso juizo concorre simultaneamente para tambem julgar falsamente de sua verdadeira grandeza. E com effeito: pelo habito, em que estamos, de formar os nossos juizos immediatamente sobre muitas ideas confusas, que nos tem causado as sensações da visão; formamos repentina e involuntariamente o juizo seguinte: *A luz do objecto está mais fraca, logo elle está mais distante; mas ainda se vê do mesmo tamanho, logo elle tem augmentado de volume.* E a nossa imaginação levada por este falso juizo no-lo representa assim. E reciprocamente se faz hum discurso similhante.

Por tanto; poderemos explicar facilmente a illusão seguinte: *porque o hemisferio celeste nos parece achatado para o zenith?* He porque a luz dos astros no horizonte e proximo ao horizonte he muito mais fraca que no zenith; por causa da maior densidade da athmosfera, que ainda he mui sensivel até 20° de altura sobre o horizonte: e por isso sendo a luz das estrellas tanto mais brilhante para o zenith; ellas ahi nos parecerão menos distantes do que no horizonte onde a sua luz he mais fraca. Assim se explicão muitas illusões sobre a distancia e grandeza apparente dos objectos visiveis: advertindo-se que *tambem concorre para es-*

sas illusões o grande numero de outros objectos, que (em huma vasta planicie) se achão interpostos entre o olho e esses objectos (*).

25. *Proposição. A velocidade e a direcção de hum objecto movel (a respeito do olho) produz differentes illusões sobre o movimento e espaço percorrido por esse movel.*

E com effeito: supponhamos primeiramente que hum objecto radiante se move na circumferencia de hum circulo, de que o observador occupa o centro. Se este movimento for muito vagaroso (como o de rotação das estrellas); o objecto movel lhe parecerá immovel. Se o movimento for muito rapido; parecer-lhe-ha que está vendo huma circumferencia radiante: porque, neste caso, o movel radiante he visto quasi ao mesmo tempo em todos os pontos dessa circumferencia. Supponhamos agora, que a direcção do sobreditto movimento está no prolongamento do eixo optico; então o movel parecerá estar quieto. Porêm conforme o espaço ou espaços percorridos pelo movel tiverem differentes inclinações com o eixo optico; assim lhe parecerão maiores ou menores as grandezas apparentes desses espaços: porque estas grandezas são proporcionaes aos angulos opticos, formados no olho pelos raios visuaes que se dirigem aos extremos desses espaços.

26. *Propos. Determinar a figura da orbita apparente de hum astro, que se move ao mesmo tempo que o Observador, que se julga immovel.*

Solução. (Fig.7) represente A o astro, que se acha nos pontos A, B, E de sua orbita verdadeira, quando o observador O está nos pontos O, P, Q da linha que descreve; e tirem-se os raios de luz AO, BP, EQ: digo, que quando o observador chegar ao ponto P ve-

---

(*) O espectador que se achar em huma mui vasta planicie, cercado de muitos objectos, que estão fóra do alcance ordinario de sua vista; parecer-lhe-ha que todos esses objectos estão na circumferencia de hum circulo, de que elle occupa o centro; apesar de que elles não estejão em circumferencia alguma.

rá o astro em B pela direcção PB; porêm como elle se julga estar immovel no ponto O; parecer-lhe-ha, que o astro está no ponto b, extremo da recta Ob parallela e igual á recta PB. Similhantemente quando estiver em Q; parecer-lhe-ha estar o astro em e, extremo da recta Oe parallela e igual á recta QE. Logo (neste caso) será a linha Abe a orbita apparente do astro.

27. *Corollario. Se for o astro fixo, e somente movel o observador; que se julga immovel; comtudo ainda parecerá que o astro he o que descreve huma orbita apparente,* que se determinará assim: (fig.8) Seja A o astro fixo; e sejão O, P, Q os pontos em que o observador se acha. Tirem-se os raios de luz AO, AP, AQ: digo, que o observador (julgando-se fixo no ponto O) deve referir a sensação que lhe causa o raio AP pela recta Ob parallela e igual a PA; e a que lhe causa o raio AQ, por outra recta Oe parallela e igual a QA. Logo será a linha Abe a orbita apparente do astro A, apesar delle ser fixo.

28. *Coroll.* Se for o astro fixo; e somente se mover o observador, que se julga immovel em hum logar, em que nunca esteve; achar-se-ha a orbita que o astro (neste caso) parecerá descrever, da maneira seguinte. Seja (fig.9) A o astro fixo; e os pontos O, P, Q representem os logares, em que se acha o observador O. Ora como o observador está realmente em O, porêm imagina-se estar fixo no logar S; he claro que a sensação, recebida pelo raio AO deverá ser referida por huma recta Sa parallela e igual a OA; e a que he recebida pelo raio AQ será referida por outra recta Se parallela e igual a QA. Logo será a linha abc a orbita apparente do astro fixo A. Advirta-se que se o logar imaginario S fosse o centro do astro fixo A; isto he, se o ponto S estivesse sobre o ponto A; então a recta Sa ficará em direitura com a recta OA; a recta Sb com PA; e a recta Se com QA; etc. Logo se o observador O se mover (fig.10) na circumferencia de hum circulo $OPQabe$, em cujo centro esteja o astro fixo A, onde

o observador se julga estar; parecer-lhe-ha, que o astro A he o que descreve esta circumferencia: porque, quando o observador estiver nos pontos O, P, Q; deverá vêr o astro nos pontos diametralmente oppostos a, b, c; e com huma velocidade igual á sua; porêm no sentido abc contrario ao de OPQ.

29. *Corollario.* Se (fig. 11) hum movel M girar, por exemplo, na circumferencia AMB de hum circulo que tenha por centro o ponto C, e cujo plano produzido passe pelo ponto O, olho do observador, o qual suppomos estar immovel, e muito distante desse corpo: he facil de vêr, que ao observador, neste caso, lhe parecerá que o movel M não faz mais do que oscillar de A para B; e de B para A, descrevendo successivamente este arco AB, comprehendido entre as tangentes OA e OB.

ARTIGO IV.

Explicação de algumas questões mais importantes.

30. *Questão I.* Porque se póde vêr hum astro em hum lugar differente daquelle, em que elle realmente está, sem que os raios de luz, que desse astro partem, tenhão soffrido refracções ou reflexões; isto he, *como se póde vêr em differente logar hum objecto, cujos raios luminosos chegão directamente a nossos olhos?*

A solução desta questão depende da razão que póde haver entre a *velocidade da luz*, que vem de hum objecto, e a *velocidade de quem o observa*: porque se esta razão for sensivel; será percutida a retina do olho do observador com huma velocidade e direcção representada pela diagonal do parallelogrammo, construido

sobre as duas mencionadas velocidades e direcções. A descoberta deste fenomeno singular foi feita pelo celebre Bradley em 1727, a que deo o nome de *Aberração da luz;* e a explicou assim:

Seja *A* (fig. 12) hum astro, cuja direcção e velocidade em 1″ seja *Am*; e a direcção e a velocidade da luz seja *An* no mesmo segundo de tempo (*): compondo estas duas velocidades, resulta para *Ao* (diagonal do parallelogrammo) a velocidade, com que a luz chega á terra *T*, seguindo a direcção *AosT*. Faça-se $sT = Ao$; e seja *Tr* a direcção e velocidade, com que a terra *T* se move em 1″ de tempo. Forme-se o parallelogrammo *sTrx*; será (neste caso) *TxA′*, a direcção pela qual se devia vêr o astro *A* em *A′*; como realmente se vê. Tal he o fenomeno da *Aberração da luz*, que Bradley achou, e confirmou por suas observações.

31. *Questão II.* Porque se vem os astros (como por exemplo o sol) hum pouco antes delles nascerem? Ou porque, quasi sempre, (**) os astros parecem (***) ter huma altura maior sobre o horizonte, do que realmente tem?

A razão disto acha-se implicitamente dada no principio fundamental da Dioptrica, em que hum raio de luz, passando de hum *meio* para outro de differente densidade, se refrange, approximando-se ou affastando-se da normal, conforme este *meio* tiver maior ou menor densidade, que a densidade do outro *meio* que acaba de atravessar. Ora sendo o nosso globo terrestre envolvido na athmosfera, cujas camadas concentricas de ar gravitão humas sobre as outras; de maneira, que vão por isso sendo successivamente mais densas, quan-

---

(*) Sabe-se por observações astronomicas que a luz que nos vem dos astros gasta 8′,2 de tempo a percorrer a distancia do sol á terra; e que a terra nestes 8′,2 descreve hum arco de 20″,2 de gráu da sua orbita; logo podemos suppor, que a velocidade *An* da luz he para a velocidade *Am* do observador : : 10000 : 1.

(**) Abaixo veremos a excepção desta regra geral.

(***) Suppomos que se tem as ideas vulgares de altura e de horizonte.

to mais se approximão á terra: segue-se que qualquer raio de luz, que, partindo de hum astro, atravessar a athmosfera, irá successivamente refrangindo-se, isto he, continuamente curvando-se até que o seu ultimo elemento rectilineo entre no olho do observador; e como, só pela direcção deste ultimo elemento, que vem a ser a tangente a essa curva, he que o observador póde vêr o astro; por tanto elle o deverá vêr mais alto (a respeito do horizonte) do que o astro realmente está; porque a concavidade da dita curva fica, neste caso, voltada para o horizonte.

32. *Scholio.* Advirta-se porêm que algumas vezes tem acontecido acharem-se as camadas inferiores do ar menos densas, que as que lhes são superiores: o que procede do intenso calor reflectido pelo terreno, que rarefazendo as dittas camadas, que lhes são contiguas, as torna menos densas, que as superiores: e então he muito facil de vêr, que a mencionada curva descripta (dentro da athmosfera) pelo raio de luz, que sahe de qualquer objecto luminoso, terá a sua convexidade voltada para a terra, isto he, para o horizonte: e por isso o observador só poderá vêr esse objecto pelo prolongamento da direcção, com que o ultimo elemento do raio de luz entra em seus olhos; isto he, verá o ditto objecto mais proximo ao horizonte, do que elle realmente está; e até o poderá vêr abaixo do mesmo horizonte. A este fenomeno especial, e que raras vezes se vê, dão os Francezes o nome *de la mirage.*

33. *Corollario.* Pelo mesmo principio fundamental da Dioptrica (n.31) se podem explicar muitas illusões opticas: como por exemplo, dar a razão: Porque se vê qualquer objecto, que está no fundo de hum vaso cheio d'agua mais elevado do que elle realmente está; e todo o fundo tambem mais elevado; de maneira que *hum vaso cheio d'agua parece ter menor altura do què tem?* E porque a porção de qualquer vara mui direita que entra obliquamente n'agua, parece logo quebrada; e parece ter differentes grandezas esta mesma porção, segundo os differentes logares donde he vista? Vê-se

claramente a razão disto: porque os raios de luz, que partem desses objectos illuminados, que estão dentro n'agua, passando para o ar, refrangem-se, affastando-se mais da normal, do que estavão; e por isso sendo visto qualquer objecto por estes raios refractos, necessariamente se vê mais affastado da ditta normal de refracção: logo vê-se fóra do seu logar, e mais levantado do fundo do vaso. E perguntando-se finalmente: porque razão os objectos terrestres, que estão distantes de nós, e todo o termo do horizonte visivel nos parece hum pouco mais levantado do que realmente está? Todas estas questões, e muitas outras facilmente se explicão pela refracção terrestre; como se explicou a questão 2.ª do (n.31).

Conclusão final.

34. Os principios que ficão expostos na 1.ª, 2.ª, 3.ª, e 4.ª Parte deste Compendio da Optica Geral, sendo combinados convenientemente e com discernimento, nos parecem sufficientes para poder explicar quasi todos os effeitos, ou illusões opticas, produzidas pela acção que os raios de luz directos, refractos, e reflexos exercem sobre a retina de nossos olhos, produzindo assim o fenomeno da visão, em quanto não concorrerem algumas causas concommitantes (fysicas ou chymicas) que possão alterar esses effeitos, constantemente observados, que formão os principios acima expendidos da propagação da luz. E he tambem sobre estes mesmos principios, que se estabelecem as theorias da projecção stereografica, da perspectiva, da pintura, etc.; as quaes formão outros tantos Tractados particulares, que não são do nosso objecto: cujo fim he mostrar somente as Applicações, que se tem feito dos principios da Optica á construcção dos instrumentos astronomicos: como agora veremos.

APPLICAÇÕES

DOS PRINCIPIOS ANTECEDENTES

DA OPTICA GERAL A' CONSTRUCÇÃO DE ALGUNS INSTRUMENTOS ASTRONOMICOS DE REFLEXÃO, E DE REFRACÇÃO.

INTRODUCÇÃO.

A PERFEIÇÃO das theorias astronomicas he em grande parte devida ás boas e reiteradas observações, que se tem feito sobre os movimentos dos corpos celestes: podendo assim determinar-se a qualquer tempo o logar, que elles parecem occupar no espaço immenso do universo. Mas todos sabem, que as boas observações dependem de bons instrumentos astronomicos, que servem não somente para vêr distinctamente os astros, como tambem para medir as suas distancias angulares. E estes bons instrumentos dependem da boa applicação, que se lhes tem feito, dos verdadeiros principios da Optica. He por meio delles, que se tem descoberto novos planetas, que á simples vista erão invisiveis; e que se tem observado os eclipses dos satellites de Jupiter para lhes dar a perfeição, a que tem chegado a theoria de seus movimentos.

Daremos por tanto nestas Applicações algumas idéas geraes, das que nos parecem sufficientes, para

mostrar a grande utilidade (que tem resultado á Navegação) das applicações, que se tem feito dos principios da Optica á construcção de certos instrumentos, que servem para medir as distancias angulares entre dous astros, e dos que servem para observar os eclipses; e occultações de alguns delles. Tal he o objecto, que nos propomos explicar nos Artigos seguintes.

DOS INSTRUMENTOS ASTRONOMICOS.

ARTIGO I.

Dos differentes horizontes artificiaes; e das correcções que se lhes podem fazer.

1. *Definição.* HORIZONTE artificial he hum plano opáco e perfeitamente lizo, que [por meio de hum nivel] se põe horizontal a respeito da direcção vertical de hum observador.

2. *Scholio.* Este plano horizontal reflectente póde servir para determinar a altura, que qualquer ponto luminoso tem sobre o horizonte do observador. E com effeito: seja [fig. 1.ª] a recta ZI a vertical de hum observador, a qual será perpendicular á recta AIB, que representa a intersecção do plano vertical AZB com hum plano horizontal: e seja R hum ponto radiante, existente no ditto plano vertical, em que tambem devem existir, tanto o raio incidente RI, como o raio reflectido IO, fazendo com a vertical ZI, o angulo de incidencia RIZ igual ao angulo de reflexão ZIO; como fica ditto no principio fundamental da Catoptrica.

Ora como o raio reflectido OI entra no olho do observador pela direcção IO, deve o observador [pelo principio fundamental da Visão] vêr o objecto na mesma direcção rectilinea OIR'; isto he, deve vêr objecto R em R'. Logo [por ser o angulo $RIB=OIA$, e

$OIA = R'IB$] será o angulo $RIB = R'IB$. E logo será o angulo observado RIR' o dobro do angulo RIB, que mede a altura do ponto luminoso R sobre o horizonte AIB.

3. *Advertencia.* Como nem sempre he possivel obter hum horizonte artificial de metal, cuja superficie admitta hum polimento tal, que possa reflectir a luz perfeitamente; havendo de mais a difficuldade de pôr esta superficie fixa e horizontal: tem-se preferido por tanto os liquidos, contidos em vasos de huma forma cylindrica, ou parallelepipeda, cuja superficie liquida fica naturalmente horizontal, quando o liquido está em descanço. Por tanto; usa-se ás vezes [para esta sorte de horizontes] da agua, do azeite, etc.: porêm o azougue he sempre preferivel; por ser hum liquido mais denso, cuja superficie reflecte melhor a luz, dando huma imagem mais distincta do objecto que se observa.

Mas estes horizontes de liquido tem o grande inconveniente de serem as suas superficies mui sensiveis á acção do vento, que, produzindo nellas pequenas ondulações, faz oscillar a imagem reflectida; e por isso costuma cobrir-se o vaso, em que está o azougue, com hum pequeno tecto de vidro; ou sobrepor-se-lhe immediatamente sobre a sua superficie huma lamina de vidro. Porêm como os raios de luz tem de atravessar o vidro antes e depois de se reflectirem no azougue, e soffrerem por isso refracções: faz-se preciso examinar neste caso, qual he a direcção que devem seguir os raios emergentes, que entrão no olho do observador. O que vamos agora investigar.

4. *Proposição.* O raio de luz incidente, que atravessa huma lamina de vidro, cujas duas faces oppostas são planas e parallelas [huma diafana para a parte do radiante, e a outra estanhada em que se faz a reflexão] he precedido, antes de se reflectir, de huma refracção, e seguido de outra no ponto, em que o raio emergente sahe para o ar: e neste caso; o raio incidente fará com a superficie plana da lamina hum angulo igual ao que faz o raio emergente com a mesma superficie.

E com effeito: seja [fig.2] $ABDC$ a intersecção de hum plano vertical RIO com huma lamina de vidro, cujas faces parallelas sejão representadas pelas rectas AB, e CD [sendo AB diafana, e CD estanhada]. E seja agora R hum ponto radiante, cujo raio incidente Rm he refrangido no ponto m pela direcção do raio refracto mI; e depois reflectido no ponto I pela direcção do raio reflexo In; e finalmente refrangido no ponto n, por onde sahe o raio emergente nO. Ora, se forem as faces AB e CD horizontaes, e forem Zmp, e Znq duas verticaes [*]; digo, que será o angulo RmZ igual ao angulo OnZ': e com effeito; he facil de vêr, que os triangulos Imp, e Inq são iguaes: logo serão iguaes os angulos Imp, e Inq; e logo tambem iguaes os angulos RmZ, e OnZ'; por ser constante a razão entre os senos dos angulos de incidencia e de refracção, na passagem do ar para o vidro, e do vidro para o ar: como se disse na Dioptrica.

5. *Corollario.* Por tanto se pelo ponto i, onde concorrem os dous raios Rm, e On, se tirar huma recta EiF parallela á recta AB; será [pelo que acima fica dito] o angulo RiF igual ao angulo OiE; isto he, far-se-ha, neste caso, a reflexão no ponto i de incidencia, como se realmente existisse o plano EiF, e não houvesse a parte superior $ABEF$ da lamina de vidro.

6. *Corollario.* Logo o observador verá a imagem do radiante R no ponto R', que está no prolongamento do raio emergente Oi; e logo, quando a superficie diafana do horizonte artificial de espelho for parallela á superficie estanhada; a reflexão se faz, neste caso, como se ella não fosse precedida, nem seguida, de refracção alguma.

7. *Proposição.* Se hum raio de luz [passando do ar para huma lamina de vidro, cujas bases oppostas sejão

(*) Estas verticaes Zp e $Z'q$ são as normaes á superficie refrangente AB; as quaes já forão definidas na Catoptrica; onde tambem se disse que havia igualdade entre os angulos de incidencia e de reflexão.

planas, mas não parallelas] encontrar huma face estanhada; reflectir-se-ha nella; e sahirá o raio emergente, do vidro para o ar, fazendo com a superficie refrangente da lamina hum angulo maior ou menor, que o angulo que faz o raio incidente com a ditta superficie.

E com effeito: seja [fig.3.ª] o triangulo AVD a intersecção de hum plano vertical RmO com huma lamina de vidro da fórma de huma cunha, cujas faces entre si inclinadas [formando o angulo V] sejão representadas pelas rectas AV e DV; sendo AV a face diafana refrangente, e DV a estanhada opaca. E seja agora R hum ponto radiante, cujo raio incidente RI he refrangido no ponto I, pela direcção Im; e depois reflectido no ponto m pela direcção mi; e finalmente refrangido no ponto i, pela direcção do raio emergente iO. Produzão-se os raios RI e Oi até concorrerem n'hum ponto b, pelo qual se conduza a recta Hh parallela a AB. Sejão NI e ni as normaes ou perpendiculares que encontrem a face CD nos pontos x e z. Digo agora; que o raio emergente Oi faz com a recta AV hum angulo OiV maior que o angulo RIA, que o raio incidente RI tambem faz com AV: e com effeito; por ser o angulo Imx igual ao angulo imz; e serem tambem iguaes os angulos IxC, e izC; será [nos triangulos Ixm, e imz] o angulo mIx maior que o angulo miz; logo [por causa da passagem do raio de luz do ar para o vidro] será tambem o angulo NIR *maior* que o angulo niO; e logo o complemento de niO será maior que o de NIR; isto he, será o angulo OiV *maior* que o angulo RIA.

8. *Corollario.* Logo a recta Hh, que [passando pelo ponto b] for parallela a AB, fará com os raios Oi, e RI angulos desiguaes; isto he, no caso proposto, fará o angulo Obh maior que o angulo RbH.

9. *Corollario.* Logo o raio visual Ob, sendo produzido até R', fará com o raio incidente RIb hum angulo RbR' maior que o dobro do angulo RbH, que mede a altura do ponto radiante R sobre a linha horizontal Ab, ou Hh: e por isso não se póde uzar deste horizonte, como se disse nos Corollarios [5 e 6], sem

ter attenção á seguinte correcção, de que vamos a tractar.

10. *Proposição. Achar a correcção, que se deve applicar ás alturas observadas em hum horizonte artificial de espelho, cujas faces planas não sejão parallelas entre si?*

Supposta a construcção da (fig.3.ª): sejão AB e DC as duas faces do horizonte de espelho, que concorrem no ponto V. Faça-se o angulo de incidencia $RIN = \alpha$; e o seu refracto $mIx = \rho$; e tambem o angulo $Oin = \alpha'$; e o angulo $miz = \rho'$; e seja $\alpha' - \alpha = \delta\alpha$; e $\rho' - \rho = d\rho$; será $\alpha' = \alpha + \delta\alpha$, e $\rho' = \rho + d\rho$. Ora sabemos pela Dioptrica, que, quando o raio de luz passa do ar para o vidro, he $\text{Sen.}\alpha' : \text{Sen.}\rho' :: 3 : 2$, e tambem $\text{Sen.}\alpha : \text{Sen.}\rho :: 3 : 2$; logo será

$$\text{Sen.}\alpha' : \text{Sen.}\rho' :: \text{Sen.}\alpha : \text{Sen.}\rho :: 3 : 2;$$

logo ...... $\text{Sen.}\alpha' - \text{Sen.}\alpha : \text{Sen.}\rho' - \text{Sen.}\rho :: 3 : 2$; ou $\text{Sen.}(\alpha + \delta\alpha) - \text{Sen.}\alpha : \text{Sen.}(\rho + \delta\rho) - \text{Sen.}\rho :: 3 : 2$; e logo (*) será .... (*A*)

$$\tfrac{2}{3}\text{Sen.}\tfrac{1}{2}\delta\alpha.\text{Cos.}(\alpha + \tfrac{1}{2}\delta\alpha) = \text{Sen.}\tfrac{1}{2}\delta\rho.\text{Cos.}(\rho + \tfrac{1}{2}\delta\rho).$$

Mas no triangulo ImV he o angulo externo AIm, ou $90^\circ + \rho = V + ImV$; e no triangulo imV he a somma dos tres angulos $(\rho' + 90^\circ) + V + imD = 180.^\circ$, e por ser $imV = ImD$; será $\rho' + 90^\circ + V + ImD = 180.^\circ$ Destas duas equações se tira $\rho' - \rho = 180^\circ - 2V - (ImV + ImD) = -2V$; logo $\tfrac{1}{2}\delta\rho = -V$. E desenvolvendo na equação (*A*) os cosenos da somma, e substituindo $\sqrt{1 - \text{Sen.}^2\rho}$ em lugar de $\text{Cos.}\rho$; teremos a seguinte .... (*B*)

$$\text{Sen.}\delta\alpha.\text{Cos.}\alpha = \tfrac{3}{2}\text{Sen.}\delta\rho\sqrt{1 - \text{Sen.}^2\rho} + 3\text{Sen.}\rho\text{Sen.}^2\tfrac{1}{2}\delta\rho - 2\text{Sen.}\alpha.\text{Sen.}^2\tfrac{1}{2}\delta\alpha.$$

L

(*) He facil achar esta formula (*A*) pelas formulas do Seno e Coseno da somma e da differença de dous arcos: fazendo nellas $\text{Sen.}\delta a = \text{Sen.}(\tfrac{1}{2}\delta a + \tfrac{1}{2}\delta a)$; e $\text{Cos.}\delta a = \text{Cos.}(\tfrac{1}{2}\delta a + \tfrac{1}{2}\delta a)$; e depois de desenvolvidas, e feito o calculo conveniente; achar-se-ha $\text{Cos.}a\text{Cos.}\tfrac{1}{2}\delta a - \text{Sen.}a\text{Sen.}\tfrac{1}{2}\delta a$, que he igual a $\text{Cos.}(a \tfrac{1}{2}\delta a)$.

por tanto, não sendo $\delta\alpha$, nem $\delta\rho$ *maior* de 7',5: teremos, sem erro de hum segundo de gráu a seguinte .... (C)

$$\delta\alpha \text{Cos.}\alpha = \tfrac{3}{2}\delta\rho.\sqrt{1-\text{Sen.}^2\rho};$$

e nesta substituindo $\delta\rho = -2V$; $\text{Sen.}\rho = \frac{2}{3}\text{Sen.}\alpha$; e $\alpha = 90° - A$; sendo A a altura RIA (fig.3); teremos a correcção da altura .... (D)

$$\delta A = \frac{3.V}{\text{Sen.}A}\sqrt{1-\tfrac{4}{9}\text{Cos.}^2 A}$$

Vê-se por tanto que a correcção δA da altura depende da mesma altura A, e do angulo V da inclinação das faces planas do espelho horizontal, a que se refere essa altura.

11. *Scholio.* Se for (fig.3) o angulo $OiV = A'$, e o angulo $RIA = A$; será o angulo observado $RbR' = A' + A$, cuja semi-somma $\frac{1}{2}(A' + A)$ deve ser diminuida da metade da correcção δA para obter a altura A; isto he, quando a convergencia das duas faces do espelho for para a parte do observador, teremos o valor da altura ....

$$A = \tfrac{1}{2}(A' + A) - \tfrac{1}{2}\delta A;$$

porque a semi somma menos a semi-differença de duas quantidades, dá a menor dellas. Mas quando a divergencia das faces do espelho for para a parte do observador; isto he, quando (fig.3) o ponto radiante estiver em O, e o olho do observador em R; então a altura $OiV = A'$ do radiante O sobre o horizonte ViA, será ...

$$A' = \tfrac{1}{2}(A' + A) + \tfrac{1}{2}\delta A.$$

12. Note-se, que tudo o que havemos ditto em os dous numeros antecedentes; suppõe que os raios de luz RI, Im, mi, iO estão todos no mesmo plano vertical $RImiO$; ou que este plano he perpendicular ás duas faces do espelho no caso dellas convergirem. O que com effeito tem proximamente logar; por ser o

angulo da convergencia quasi sempre nimiamente pequeno.

ARTIGO II.

Dos Sectores circulares de reflexão para medir a distancia angular entre dous objectos.

13 Os instrumentos de que ordinariamente se usa para medir a distancia angular entre dous objectos; isto he, para medir o angulo, que formão os raios visuaes tirados de dous objectos para o olho do observador, são os sectores circulares com hum raio movel, em que se fazem fixos dous pequenos espelhos, por meio dos quaes se reflecte o raio de luz de hum dos objectos, de maneira, que quando chega ao olho do observador, elle póde avaliar (em gráus e minutos) a distancia angular, que ha entre este e o outro objecto, visto directamente: como vamos vêr.

14. *Definições. Sector circular de reflexão* (*) he (fig. 4) hum sector *ACB* de circulo, cujo centro he o ponto *C*; construido da maneira seguinte: faz-se hum sector circular *ACB* de metal, cujo arco *AB* dividido (em gráus, e aliquotas de gráo) se chama *limbo* do sector, que tenha hum raio movel *CD* a que se chama *linha de fé*:

(*) Estes Sectores chamão-se: Quadrante; Quintante; Sextante; Outante, conforme o numero de gráus contidos no limbo do instrumento for a quarta, a quinta, a sexta, ou a outava parte da circumferencia. Assim o Quadrante devia ter $(\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ)$ mas tem 180°, ou $2 \times 90^\circ$ partes; porque os meios gráus do limbo contão-se por gráus: como adiante se verá em o (n. 20).

esta linha recta passa a meio de huma chapa de metal CD, que se chama *alidade*, de que huma das extremidades deve girar á roda do centro fixo C, e a outra deve ajustar perfeitamente com o seu pequeno arco graduado mDn sobre o limbo ADB do instrumento: e finalmente fação-se fixos e perpendiculares ao plano do instrumento dous pequenos espelhos; hum ab na direcção da linha de fé CD, e o outro zx sobre o raio CA; o primeiro chama-se *espelho central*, e o segundo *espelho anterior*: tendo ambos as suas superficies, em que se reflecte a luz, voltadas huma para a outra: suppondo por ora que as reflexões se fazem immediatamente sobre as dittas superficies, sem lhes precederem, nem se seguirem refracções [*].

15. *Corollario*. Como [fig.4] os planos dos espelhos central, e anterior, devem ser ambos perpendiculares ao plano ACB do sector, segue-se que as suas intersecções com este plano podem ser ambas representadas pelas rectas ab, e zx [que são as projecções orthogonaes dos dittos planos]: e por isso quando o extremo D da linha de fé estiver sobre o extremo B do limbo AB, será a recta ab parallela a zx, como se representa na [fig.5].

16. *Corollario*. Logo se for [fig.5] R hum ponto radiante existente no plano do ditto Sector, e for RC o seu raio incidente; este se reflectirá no ponto C pela direcção Cy, e finalmente em y pela direcção yO [ficando estas tres rectas todas no mesmo plano]. Logo se for O o olho de hum observador; elle verá a imagem do objecto R em R' na direcção OyR'. E digo mais: que, quando os espelhos forem parallelos, serão o primeiro raio incidente RC, e o ultimo raio reflexo yo tambem parallelos: O que he facil de vêr; por serem iguaes os angulos de incidencia e de reflexão em

---

(*) Além do espelho anterior, de que havemos fallado, ha tambem outro *espelho* chamado *posterior*, de que se faz uso, quando se observa o astro com as costas voltadas para elle; de que adiante trataremos.

cada hum dos espelhos, e serem estes espelhos parallelos.

17. *Corollario.* Logo na mesma [fig.5] será a distancia RR' do objecto á sua imagem igual á perpendicular Cm abaixada do primeiro ponto de incidencia C sobre o ultimo raio reflexo yO.

18. *Scholio.* Como [fig.5] a perpendicular Cm he pouco mais ou menos de 3 polegadas, ou $\frac{3}{80}$ de braça; he facil achar [pela Trigonometria] que a recta RR' de 3 polegadas [vista na distancia de mais de 355 braças] he menor que hum segundo de gráu rectificado; e por isso, na distancia de $\frac{1}{6}$ de legua, o objecto R parecerá, á simples vista, estar em R': logo, se no prolongamento de yR' estiver outro objecto R'', ver-se-ha quando os espelhos forem parallelos, que tambem a imagem de R, vista pelas duas reflexões, ficará sobreposta ao objecto R'' visto directamente. O que tambem accontece, quando os dittos espelhos são parallelos; o vêr-se pela reflexão a linha do horizonte do mar formar a sua continuação, com a que se vê directamente á simples vista: e costuma servir esta mesma observação para verificar o parallelismo dos dittos espelhos, quando a linha de fé se faz ajustar com o raio CB do sector.

19. *Scholio.* Se [fig.4] o extremo D da linha de fé girar hum pequeno arco BD de B para A: então o espelho central ab da [fig.6] tomará a posição mn, formando com ab hum angulo bCn; isto he, diminuirá o angulo de reflexão bCy da quantidade angular bCn, vindo a ser agora o angulo nCy: por tanto o observador O já não poderá neste caso, vêr a imagem do objecto R. Poderá vêr porêm a de outro objecto S, que esteja na direcção de huma recta CS, que faça com mn hum angulo SCm igual ao angulo nCy. Logo por ser na [fig. 6] o angulo $nCy = SCm$; será [como se disse na Catoptrica] o angulo total de reflexão $SCy = 180° - 2.\,yCn$; e o outro angulo total $RCy = 180° - 2.\,yCb$; e tirando esta equação daquella, teremos $yCS - yCR = 2[yCb - yCn]$; logo $SCR = 2.\,bCn$; e logo $bCn = \frac{1}{2}.\,SCR$.

20. *Applicação.* Por tanto [fig.6] a quantidade angular bCn do movimento do espelho central ab he metade da quantidade angular SCR do movimento do ponto S a respeito de R: e por isso he que o limbo deste Sector de reflexão se divide em meios gráus, para que estes denotem immediatamente os gráus da distancia angular SCR que com elles se observa: o que he facil de vêr; applicando á [fig.4] o que se acaba de dizer a respeito da [fig.6].

21. Resta-nos ainda tratar do *espelho posterior*, que se costuma addicionar aos Sectores de reflexão; e de que se faz uso a bordo dos navios, quando o observador [tendo o rosto voltado para o astro que quer observar] não póde [para esse lado] descobrir o horizonte maritimo, por causa de alguma montanha, ou de qualquer outro objecto que lho encubra; mas como póde vêr o horizonte maritimo para o lado opposto: por isso tem o Sector circular [fig.7] ACB hum pequeno espelho K, cuja superficie reflectente deve ser perpendicular ao plano do Sector, e sobre o raio AB; e tambem deve ser perpendicular ao espelho central A, quando o *zero* da linha de fé da alidade coincidir com o *zero* do limbo do Sector. Porque quando forem [fig. 8] os espelhos K e A perpendiculares entre si, e os dittos *zeros* coincidirem; será [por ser o triangulo AmK rectangulo] a somma dos quatro angulos [$RAD + KAm + AKm + OKE$] de incidencia e de reflexão, igual a dous angulos rectos; logo a somma dos dous angulos RAK, e AKO [por serem os seus supplementos para 360°] tambem será igual a dous rectos; e logo será o primeiro raio incidente RA parallelo ao ultimo raio reflexo KO. Mas como o observador só póde vêr a imagem do objecto R pela ultima direcção do raio de luz KO; isto he, somente a póde vêr na direcção da recta OKR': logo verá a imagem do ponto radiante R em R'. E digo mais: que [neste caso] a imagem do objecto se deve vêr invertida; isto he, que se houver outro ponto radiante Q por cima de R; vêr-se-ha a sua imagem Q' por baixo de R'. O que he fa-

cil de vêr pela construcção indicada na mesma figura (*).

22. *Corollario.* Pelo que se acaba de dizer em o numero antecedente, e pelo que se disse em o (n.18), he facil de vêr, que (pela proximidade dos dous espelhos *A* e *K*, e pela grande distancia do objecto observado *R*) os dous raios *RA* e *OR'* formão sensivelmente huma só recta *RR'* (fig.9), cujo ponto medio *O* he o logar do olho do observador, o qual (neste caso) tem as costas voltadas para o radiante *R*.

23. *Scholio.* O que se disse em os numeros (19 e 20) tem igualmente logar, neste caso, de ser o espelho *posterior* perpendicular ao *central*, quando os dous *zeros* coincidem: e por isso, quando o observador (fig. 10) puxa para si a alidade, dá ao espelho central *A* hum movimento angular, cujo angulo vem a ser metade do angulo *RAS* formado no ponto *A* pelos raios incidentes *RA* e *SA*: como he facil de vêr. Logo, se a recta *RA* for horizontal, será o angulo *SAR* a altura do astro *S* sobre o horizonte *RR'* da (fig.9). Vê-se por tanto, que se póde tomar a altura de hum astro *S*, tendo as costas voltadas para elle; e fazendo com que a imagem de *S* fique sobreposta a hum objecto visivel, que esteja em *R'*.

Como se podem avaliar no limbo do sector os graus e minutos, que marca a linha de fé.

24. Vejamos agora como se póde avaliar no arco do limbo algumas partes aliquotas dos minutos, que

---

(*) Advirta-se que quando se observão assim as alturas com as costas voltadas para o astro que se observa: então devem-se-lhes applicar as correcções da inclinação do horizonte, e do semi-diametro, em sentido contrario ao que se applicaria, se a observação se fizesse com o rosto voltado para o astro.

não he possivel ao Artista podellas praticamente assignar: porque ainda que o sector tenha hum *pé* de raio; será, neste caso, a grandeza de hum minuto [no limbo] igual á metade de hum *ponto*. E com effeito, sendo o raio igual a 12 polegadas, como o raio=1, tem por grandeza de hum minuto 0,00029 do raio: será a grandeza de hum minuto [para o raio = 12 polegadas] =0,00029×12 polegadas=0,00029×1728 pontos =0,5 do ponto; isto he, a grandeza de hum minuto sería [neste caso] a metade de hum ponto, grandeza quasi invisivel; e por isso he praticamente impossivel poder assignar no limbo as aliquotas do minuto.

25. Por tanto: para poder lêr no limbo do sector as aliquotas do minuto; está o limbo do sector dividido em meios graus, que pelo [n.20] representão graus; cada hum destes graus está dividido em duas, tres, ou quatro partes iguaes; e cada huma destas partes seja denotada pela letra l; e seja a huma das partes iguaes, em que o arco mn da alidade está dividido. Chama-se *Nonio* a differença $[l-a]$ entre huma das menores divisões do limbo, e huma das menores divisões da alidade; logo, sendo N o nonio, será o nonio $N=l-a$. Ora se o numero n dessas partes da alidade, ajustarem [pelas suas extremas] com $[n-1]$ partes do limbo; teremos $na=[n-1]l$; e desta equação, tirando o valor de a, e substituindo-o na outra, teremos . . . .

$$N=\frac{l}{n};$$

logo para *achar o nonio de qualquer sector de reflexão; deve-se dividir o numero de minutos contidos em huma das menores divisões do limbo pelo numero das divisões da alidade.*

26. *Exemplo.* Seja [fig.11] a recta $AE=af$. Esteja AE dividida em *quatro* partes iguaes $AB=BC=CD=DE$, sendo cada huma $=l$. Esteja af dividida em *cinco* partes iguaes $ab=bc=cd=de=ef$, sendo cada huma$=a$. Será $4.l=5.a$; logo $N=\frac{l}{5}$; e logo $AB-ab=\frac{1}{5}$ de AB. Por tanto, se a recta af se mover para o ponto P; vê-

se claramente, que, quando o ponto b chegar a B, terá o ponto a corrido $\frac{1}{5}$ de AB; quando c chegar a C, terá o ponto a corrido $\frac{2}{5}$ de AB; quando d chegar a D, terá a corrido $\frac{3}{5}$ de AB; quando o ponto e chegar a E, terá o ponto a corrido $\frac{4}{5}$ de AB; e finalmente quando f chegar a F, terá o ponto a corrido $\frac{5}{5}$ de AB, ou toda a divisão AB; e então se ajustará o ponto a com B; e o ponto f com F; como no principio. Mas se af se mover para o ponto O, então se ajustará primeiramente o ponto e com D; depois d com C; depois c com B; depois b com A, e finalmente a etc. Vê-se por tanto, que quando af se move para P; a recta OA vai successivamente augmentando de $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{5}$; etc. de AB; isto he, vai augmentando de tantos quintos de l, quantas são as divisões do nonio que se ajustão, contadas no sentido da graduação: e pelo contrario, se a alidade se mover para a origem do arco que se quer avaliar; então vai a recta OA diminuindo de tantos quintos, quantas forem as divisões, que se ajustão, contadas de f para a.

27. *Scholio.* Para ler porêm o que marca a alidade posta em qualquer parte do limbo: como, por exemplo, na (fig.12) em que o arco da alidade está dividido em *cinco* partes iguaes; e cada grau do limbo está dividido em *tres* partes iguaes: he, neste caso, (n.25) o nonio $N = \frac{l}{n} = \frac{20'}{5} = 4'$; (*) pois he pela construcção da figura $l = \frac{1^\circ}{3} = 20'$. Achado o nonio $= 4'$; vamos achar o arco Oa do limbo marcado pela alidade. Ora o arco $Oa = Om + mb + ba = 3^\circ + 20' + ba$. Porêm ba he o arco, que tem corrido o *zero* da alidade desde o ponto b até que a divisão 3 da alidade que se ajustou com huma das divisões c do limbo; logo ba he igual a tres vezes

M

(*) Se o grau do limbo estiver (por exemplo) dividido em *quatro* partes; e que 59 destas partes ajustem pelas suas extremas com 60 partes em que esteja dividido todo o arco da alidade; então sendo (neste caso) $l = \frac{1^\circ}{4} = 15'$; e $n = 60$; será o Nonio $= \frac{15'}{60} = 15''$.

o valor do nonio; isto he, $ba = 3.N = 3 \times 4' = 12'$; e logo o arco $Oa = 3.° + 20' + 12' = 3° 32'$. Em geral para ler o numero de graus e minutos, que se contêm no arco do limbo, contado desde o *zero* do limbo até o *zero* da alidade que está marcado pela linha de fé: *Deve ler-se primeiramente os graus, e aliquotas do grau* denotadas por l, e ajuntar-lhe depois *o producto do numero* (daquella divisão da alidade, que se ajusta com alguma das do limbo) *multiplicado pelo valor do nonio.*

Do circulo de reflexão.

28. Havemos tratado dos sectores circulares, em que, por meio dos espelhos, central e anterior, se vê pela reflexão a imagem de hum dos objectos, cuja distancia angular se pertende determinar a respeito do outro, que se vê directamente; porêm como estes sectores podem ter defeitos na perfeita igualdade das divisões do limbo: por isso M. Mayer deu em 1767 o desenho de hum circulo completo de reflexão, em que tambem ha os dous espelhos, que tem o mesmo uso, que os dos sectores; por meio do qual se podia multiplicar huma mesma observação de distancia, correndo a alidade por todo o limbo delle: a fim de examinar, se pela graduação do limbo, se achava sempre a mesma distancia: porque achando-se entre estas distancias observadas algumas pequenas differenças; então a somma de todas ellas dividida pelo numero das observações, daria huma distancia media, que se poderia considerar como verdadeira, ou muito proxima a ella. Tal era a idéa de Mayer.

29. Porêm o celebre Borda aproveitando-se em parte desta idéa, levou com tudo o mesmo circulo de reflexão a hum grau muito superior de perfeição; fazendo-lhe algumas emendas na posição dos espelhos; especialmente no grande intervallo, que deu, entre a luneta e o espelho anterior; a fim de que podesse o es-

pelho central receber a luz, tanto pela esquerda da luneta, como pela direita della: porque assim podia multiplicar as observações de huma mesma distancia, sem tanto incommodo, nem ser preciso determinar o parallelismo dos espelhos, quando os *zeros* do limbo e da alidade coincidissem. E por isso a este circulo ainda se lhe chama hoje o *Circulo de reflexão de Bordá*, cuja descripção he a seguinte:

30. Vem a ser este *circulo de reflexão* hum circulo completo de metal (fig.13) *MNBP*, cujo plano he reforçado por chapas de metal que se cruzão no centro *C*: a sua circumferencia está dividida em 720 partes iguaes, isto he, em meios graus (n.20). Tem hum *espelho central C*, collocado perpendicularmente no centro sobre a alidade *CD*, fazendo com a linha de fé (que passa a meio desta alidade) hum angulo de quasi 30°; e esta alidade póde girar á roda do centro *C*, como giraria hum raio deste circulo; e em cuja extremidade *D* ha hum *nonio*, applicado á divisão do limbo, como nos sectores circulares. Tem demais huma segunda alidade *Ia*, que gira á roda do centro *C* por meio de huma crescença, como giraria hum diametro do mesmo circulo; e quasi sobre o extremo desta alidade está collocado perpendicularmente o espelho anterior *a*, e no outro extremo está huma luneta *It*, cujo eixo se dirige ao espelho *a*; devendo haver entre o vidro objectivo da luneta e o espelho *a* hum espaço sufficiente *at* para que possa passar a luz, que se ha de reflectir no espelho central *C*, tanto pela esquerda, como pela direita da luneta (*). Note-se que tanto neste instrumento, como nos sectores circulares, se usa de certos vidros córados, que servem para mitigar a intensidade da luz, especialmente quando se precisa observar o sol directamente: porêm não he do nosso ob-

M 2

(*) Estas duas alidades, o eixo da luneta, e as intersecções dos espelhos perpendiculares ao plano do circulo, suppõem-se como rectas existentes no plano deste circulo; ou em hum plano parallelo ao deste circulo.

jecto fazer huma descripção exacta destes instrumentos, mas somente dar as ideas sufficientes para mostrar os principios opticos, em que he fundada a sua construcção.

31. Vejamos agora como ensina a usar deste instrumento M. de Bordá. Sejão (por exemplo) S e L (fig.13) dous astros, de que se pretende observar a distancia angular. Principiar-se-ha por fazer fixa a alidade do espelho central C, sobre hum ponto conhecido da divisão do limbo; que, por mais facilidade, seja este ponto o mesmo zero da graduação. Dirigir-se-ha depois a luneta sobre o astro L, que fica á direita; e mover-se-ha então a alidade, em que está a luneta, até que a imagem do outro astro S, (cuja luz reflectida vem pela esquerda) se veja coincidir com o astro L, visto directamente. Acabada que seja esta primeira parte da observação; far-se-ha agora fixa a alidade da luneta; e por ella se olhará directamente para o astro S; e se irá movendo agora a alidade do espelho central C (para a parte do olho do observador), até que a imagem do astro L (cuja luz vem agora pela direita) chegue a tocar a imagem do astro S, visto directamente. Portanto o arco DB descripto no limbo pelo ponto D será o dobro da distancia angular dos dous astros L e S; porque na passagem do ponto D para B; devia D ter passado por hum ponto b, em que os dous espelhos *central* e *anterior* forão parallelos: mas desde este ponto b do parallelismo para cada hum dos pontos D e B, são os dous arcos bD e bB, que medem a somma das distancias iguaes dos dous astros. Logo o ponto b he o meio do arco DB; e logo *a metade do arco DB medirá a distancia angular dos dous astros L e S.*

Vê-se por tanto, que repetindo muitas vezes a sobreditta observação; partindo porêm sempre do *ultimo ponto*, em que ficou a alidade, como acima se disse a respeito do *zero* da divisão: teremos, depois de quatro observações, hum arco quadruplo do angulo dos dous astros; e de seis observações, hum angulo sextuplo; e assim por diante: de maneira que depois de hum nu-

mero $2n$ de observações similhantes; acharemos *a distancia dos astros* igual *ao quociente do arco total* (percorrido pela alidade do espelho central) *dividido por* $2n$.

32. Note-se, que, nas observações antecedentes, tem-se supposto, que a luneta do instrumento era dirigida alternativamente sobre os dous astros S e L: mas sabe-se, que quando se observa a distancia de dous astros, como o sol e a lua; ou a lua e huma estrella; sempre se dirige a luneta para vêr directamente o astro menos illuminado, e pelo movimento da alidade do espelho central (em que se reflectem os raios de luz, que partem do outro astro que he muito mais luminoso) se vê pela reflexão a sua imagem ao lado do outro que directamente se via. Por exemplo: sendo (fig.13) S o sol, e L a lua; dirigir-se-ha, neste caso, a luneta para a lua L, e pelo movimento da alidade do espelho anterior, se fará com que a imagem de objecto S, que está á esquerda, venha tocar a lua L, vista directamente como em (n.31): mas para fazer a segunda observação; dirigir-se-ha tambem a luneta para a lua L, como antecedentemente; far-se-ha depois girar o plano do instrumento á roda do eixo tI da luneta, fazendo huma meia revolução; e então movendo a alidade C de D para B; virá a imagem do sol reflectir-se sobre os espelhos; como se reflectiria a da lua se olhassemos directamente para o sol, conforme se disse na segunda observação do (n.31).

Das correcções pela falta de parallelismo das superficies dos espelhos, e vidros corados.

33. Vimos em o numero (18) que, quando (fig.5) a imagem de hum objecto muito distante, for vista pelas duas reflexões (feitas nos espelhos central e anterior) ao lado desse mesmo objecto, visto directamente; erão, neste caso, parallelos o primeiro raio incidente

RC, e o ultimo reflectido *yO*. Mas disto não se segue, que sejão necessariamente parallelas as superficies estanhadas dos dous espelhos, em que se fazem as reflexões: e com effeito o não são; quando tambem não forem parallelas as superficies anterior e posterior de cada hum dos espelhos, pelo que se disse em o numero (8).

34 Por tanto, sejão (fig.14) *MN* e *PQ* as superficies estanhadas dos dous espelhos, em que falta o parallelismo de suas faces: e por isso, aindaque o raio icidente *RA* seja parallelo ao ultimo raio reflectido *BO*; com tudo não será (n.8) a superficie estanhada *MN* parallela á outra estanhada *PQ*; mas haverá, por esta falta de parallelismo, hum pequeno erro$=e$ (*), e tambem pela falta de parallelismo das superficies dos dous espelhos haverá (n.11) outra correcção; e a somma de ambas formará a correcção total, que, neste caso, se deve applicar ás distancias angulares observadas com estes sectores: como adiante veremos.

35. Supponhamos (fig.14) que o raio incidente *RA* he parallelo ao ultimo raio reflectido *BO*, e que apesar disso não são parallelas as superficies estanhadas dos dous espelhos *MN* e *PQ*; logo, he claro, que se o angulo *PBA* for menor que o angulo *BAN*; será $PBA = BAN - e$; sendo e o erro que provêm de não coincidirem então os zeros do limbo e da alidade. Supponhamos tambem que o espelho *MN* se move até á posição *mn*, em que se possa vêr hum astro *S* pelo raio incidente *SA*: neste caso seria o angulo *SAR* a altura do astro; se fosse *RA* huma recta horizontal, e no zero parallelas as superficies dos dous espelhos: porêm como estas o não são; he preciso achar o valor da correcção, que se deve applicar á altura assim observada: pois vimos (n.19) que $SAR = 2.nAN$; quando as reflexões se fazião immediatamente sobre as superficies *MN* e *PQ* perfeitamente polidas.

(*) He facil de vêr, que o valor deste erro $=e$ he igual ao arco comprehendido entre o *zero* da alidade e o *zero* do limbo, quando o primeiro raio incidente e o ultimo reflectido forem parallelos.

36. Ora (fig.14) pelo (n.11) he $SAM+MAm$, ou $SAm=BAn+\delta(BAn)$; tambem $RAM=BAN+\delta(BAN)$: tirando desta equação a outra, teremos . . . . (A)
$SAR=2.MAm-\delta(BAN)-\delta(BAn)$. E pelo numero antecedente he $BAN=ABP+e$; logo $\delta BAN=\delta(ABP)+\delta e$; mas por ser o erro e constante, he $\delta e=o$; e por ser $\delta(ABP)=\delta(OBQ+\delta OBQ)$; será muito proximamente $\delta(ABP)=\delta(OBQ)$; logo $\delta(BAN)=\delta(OBQ)$; e se fizermos a quantidade angular MAm, ou $nAN=\varphi+e$; teremos pelas substituições feitas na equação (A) a seguinte. . (B)

$$SAR=2\varphi+2e-\delta(BAn)+\delta(OBQ).$$

Fazendo $BAN=\alpha$; e a quantidade $nAN=\alpha'$, será (n.10) $\delta(BAn)=\frac{3.V}{\text{Sen.}(\alpha-\alpha')}\sqrt{1-\frac{4}{9}\text{Cos.}^2(\alpha-\alpha')}$;
e tambem $\delta(OBQ)=\frac{3.V}{\text{Sen.}\alpha}\sqrt{1-\frac{4}{9}\text{Cos.}^2\alpha}$, pois vimos em o numero antecedente, que $\delta(OBQ)=(BAN)$, muito proximamente, e por isso póde tomar-se por α o valor do angulo OBQ.

ARTIGO III.

Dos microscopios, e telescopios.

37. PARA poder vêr distinctamente as partes mais miudas de hum objecto, que, ou por estar muito proximo, ou por estar muito distante, se não podião distinguir bem á simples vista; usa-se, como fica dito na Dioptrica, de vêr estes objectos pelo intermedio de certos vidros convexos ou concavos, que (pela refracção da luz que por elles passa) se consegue vêr

distinctamente o que se queria observar. E para isto tornaremos a lembrar os principios seguintes:

§. 1.° Qualquer objecto visto por hum vidro, cujas superficies oppostas são planas e parallelas, he o mesmo que se fosse visto directamente sem este vidro; porque (Catopt.) os raios incidentes, neste caso, sahindo com a mesma direcção com que entrão no vidro, não convergem, nem divergem.

§ 2.° Os raios de luz, que, partindo dos extremos de hum objecto, atravessão (antes de chegar ao olho do observador) huma lentilha de vidro biconvexa, convergem, em certos casos (*), para hum fóco; formando nelle o vertice de huma pyramide conica: logo se o olho do observador estiver nesse fóco, deverá vêr o objecto debaixo do angulo pelo qual veria a base dessa pyramide; isto he, deve-o vêr maior, e por isso lhe parecerá mais perto, do que o veria a vista simples.

§. 3.° Se o observador porêm visse o objecto por huma *lentilha biconcava*; então como os raios emergentes, depois de a atravessarem, sahem divergentes; só poderão convergir sendo produzidos para a parte do objecto radiante, onde se formará o fóco: e por isso a imagem do objecto lhe parecerá menor, e mais affastada do que a veria a vista simples.

38. *Corollario.* Pelo que fica ditto he facil de vêr como se póde emendar o defeito da vista do présbyta e do myope. E com effeito: o *présbyta* não póde vêr distinctamente qualquer objecto na distancia de 8 polegadas, como o vê outro que tem huma vista boa; porque os raios do objecto que entrão em seu olho, vão formar o fóco por detrás da sua retina: por tanto he preciso que os raios, que partem do objecto, lhe cheguem ao olho muito pouco divergentes, ou quasi parallelos: o que se consegue por meio dos vidros biconvexos, que se empregão nos oculos, para os que

(*) Quando o objecto está mais distante da lentilha que o seu centro de esfericidade; então os raios emergentes convergem.

tem vista cançada. Pelo contrario: o *myope*, por se lhe formar o fóco dos raios dos objectos, antes de tocarem a sua retina; he preciso, que estes raios entrem em seus olhos com alguma divergencia; a fim de poderem convergir depois (mais distante do cristalino) sobre a retina; e por isso, os myopes devem usar em seus oculos de vidros biconcavos, que fazendo divergir os raios emergentes, vem assim a convergirem depois sobre a retina (*).

39. *Scholio.* Os vidros convexos e concavos, de que havemos fallado em o Corollario antecedente, servem aos presbytas e myopes para poderem vêr distinctamente os objectos na distancia de 8 polegadas pouco mais ou menos: mas como se não póde com estes mesmos vidros vêr distinctamente objectos nimiamente pequenos; por isso tem-se inventado hum instrumento chamado microscopio, de que vamos dar as noções seguintes.

Do microscopio.

40. Vem a ser o *microscopio* ordinario huma lentilha de vidro muito convexa de ambos os lados; isto he, cujo raio de esfericidade he muito pequeno; de maneira que (fig.15) o centro *C* de esfericidade da su-

N

(*) O presbyta, e o myope tem hum defeito natural na configuração, ou collocação das partes, de que se compõe o olho; porque o myope, ou pela grande esfericidade do globo de seu olho, ou por ter maior distancia (do que devia) entre o cristalino e a retina, não póde, pelo que fica ditto, vêr os objectos distinctamente na distancia ordinaria de 8 polegadas; mas he necessario ir diminuindo esta distancia de 8 polegadas, approximando seus olhos para o objecto, que quer vêr, até que encontre raios de luz com tal divergencia, que venhão a concorrer na sua retina. E pelo contrario: o presbyta, ou por ter o globo do olho mais achatado, ou por ter menos distancia entre o cristalino e a retina, tambem não póde vêr distinctamente hum objecto sem o affastar de seus olhos mais de 8 polegadas até encontrar raios de luz, que sejão quasi parallelos, ou já com alguma convergencia.

perficie ocular *asb* fique muito proxima da superficie objectiva *arb*; e por tanto se o objecto *AC* se achar no fóco *C*; então pelo (n.43) os raios emergentes sahindo parallelos ao eixo *CO*; ver-se-ha distinctamente o objecto *AC*, tanto por hum olho presbyta, como por outro que tem boa vista: porêm hum olho myope para que o possa tambem vêr distinctamente; he preciso approximar o microscopio ao objecto *AC*, a fim de que este fique entre o fóco *C* e a superficie objectiva *adb*, para que os raios de luz sáião com alguma divergencia. De mais: como qualquer ponto *A* do objecto, proximo ao eixo *CO*, envia tambem raios, que sahem sensivelmente parallelos ao seu raio principal *AO*, o qual será tanto mais inclinado ao eixo *CO* da luneta quanto mais convexa for a superficie *arb* da pequena esfera que forma a lente; isto he, quanto menor for o raio desta esfera: e porque disto depende a grandeza do angulo *AOC*; segue-se que, neste caso, se o olho do observador estiver no ponto *O*, verá distinctamente o objecto *AC* debaixo do angulo *AOC*, cuja imagem parecerá tanto maior, quanto mais proxima lhe parecer que a vê o observador.

41. Supponhamos (por exemplo) que o objecto $A'C'$, que he igual a *AC*, se ache affastado da lentilha microscopica da quantidade $OC'=8$ polegadas, em que este objecto ainda se via: porêm se for visto, por meio do microscopio; he preciso que a lentilha do microscopio se approxime ao objecto $A'C'$ até que este lhe fique no fóco *C*, que suppomos distar de *O* huma polegada. Então, como he.... $1 : \text{tg. } A'OC' :: OC' : A'C'$; e he $A'C'=AC$, será....... $1 : \text{tg. } A'OC' :: OC' : AC$, mas tambem he........... $1 : \text{tg. } AOC :: OC : AC$; logo será .... $OC : OC' :: \text{tg. } A'OC' : \text{tg. } AOC$; e logo $\text{tg.}AOC=8.\text{tg.}A'OC'$, ou se forem os angulos, cada hum menor que dous graus, será $AOC=8.A'OC'$. Logo, neste caso, qualquer das dimensões do objecto será vista debaixo de hum angulo *outo vezes maior*, do que se via á vista simples; e por isso a superficie visivel desse mesmo objecto será vista

sessenta e quatro vezes maior, que he o quadrado de outo.

42. Além deste microscopio simples, ha tambem microscopios compostos; assim chamados por terem duas, ou mais lentilhas convexas; ou por terem, além destas lentilhas, espelhos de reflexão; etc. Porêm não sendo do nosso objecto tratar circunstanciadamente destes instrumentos: havemos tratado somente do microscopio simples, de que ordinariamente se usa para poder lêr no limbo de qualquer sector circular, e da sua alidade, as menores divisões da graduação; e muito especialmente para poder distinguir qual das menores divisões da alidade se ajusta com huma das menores divisões do limbo: o que nem sempre he facil de vêr, sem microscopio; pois acontece algumas vezes parecerem ajustar duas, ou tres divisões, olhando para cada huma dellas separadamente; mas pode-se, neste caso, decidir qual dellas se deve escolher; vendo, se as duas divisões extremas desta ficão ambas para dentro ou para fóra das duas divisões extremas do limbo, que lhes correspondem: pois, neste caso, he a divisão do meio a que se deve suppor que ajusta.

Do Telescopio, ou da Luneta astronomica.

43. A construcção destas lunetas he fundada em duas proposições demonstradas na Dioptrica, a saber: 1.ª Todos os raios de luz parallelos ao eixo de huma lentilha biconvexa, de mui pequena espessura, que a atravessão, se reunem em seu centro de esfericidade: 2.ª Todos os raios de luz de hum objecto, que estando no centro de esfericidade, atravessão a dita lentilha, sahem sensivelmente parallelas ao seu eixo.

44. *Corollario.* Ora pelo que se disse em o numero antecedente, vem a ser o centro da esfericidade da lentilha sensivelmente o mesmo fóco dos raios parallelos, que a atravessão: e por isso os raios do ponto ra-

diante, que estiver neste centro ou neste fóco, sahiráõ tambem parallelos.

45. *Scholio.* Vê-se por tanto, que se [duas lentilhas biconvexas tiverem ambas o mesmo eixo, e o centro de esfericidade, que ficar entre ellas, for commum a ambas] os raios parallelos, que atravessarem huma das lentilhas, sahiráõ tambem parallelos pela outra. Donde se deduzem as seguintes

46. *Definições. Luneta astronomica* he hum tubo, ou antes dous tubos encaixados hum no outro [fig. 16] a cujas extremidades se adaptão duas lentilhas biconvexas *Bd* e *bd*; de maneira, que seus centros de esfericidade coincidão em hum ponto *F*, e que este ponto, e os centros de ambas as lentilhas estejão em huma mesma recta *RFO*. A lentilha *BD* que está voltada para o objecto e que he atravessada pelos raios de luz desse objecto *R*, que se pertenda vêr, chama-se a objectiva; e a outra lentilha *bd*, por onde sahem os raios que se dirigem ao olho *O* do observador, chama-se a *Ocular*. Note-se que a superficie da objectiva *BD* deve ser maior que a da ocular *bd*; e por isso o centro commum *F* de esfericidade sempre fica muito mais proximo á ocular *bd* [*]; e que a placa *P* [por onde passão os raios de luz] não he huma parte essencial da luneta.

47. Segue-se do que fica ditto [em o numero antecedente] que, sendo a recta *RFO* o eixo commum de ambas as lentilhas biconvexas *BD* e *bd*, qualquer raio que partindo do ponto *A* da direita, atravessar a lentilha objectiva *BD*, refrangir-se-ha, e cortará o eixo *RO* no fóco *F*, passando para a ocular *bd*, onde sendo refrangido, virá depois a passar pelo ponto *a*, que já fica á esquerda. Vê-se por tanto que o observador *O*

(*) O vidro objectivo está sempre fixo na extremidade de hum tubo mais grosso do que o outro tubo, em que está o vidro ocular; o qual introduzindo-se no outro, póde encurtar-se ou alongar-se a distancia do objectivo ao ocular, até pôr os fócos dos dous vidros no ponto de vista de qualquer observador.

hade vêr a imagem do objecto AC na posição em que se acha a recta ac; isto he, ha de vêr a imagem de qualquer objecto invertida; e de mais, se o objecto se mover da direita para a esquerda, parecer-lhe ha que elle se move da esquerda para a direita. Advirta-se porêm que isto não he hum grande inconveniente para o observador; porque esta inversão de posição e de movimento he commum a todos os astros; e por isso não causa embaraço algum a quem os observa: tendo somente a cautela de tomar no calculo por bordo inferior o que lhe parecia superior, etc.

48. Como [n.46] a superficie do objectivo BD he sempre maior, que a superficie do ocular bd; he facil de vêr, que todos os raios de luz, que cahindo sobre a superficie maior BD se vem a reunir na menor bd, devem nesta mostrar huma luz mais viva e intensa: de maneira que, tomando-se por unidade a intensidade da luz que entra no objectivo BD, será a intensidade da luz, que sahe pela ocular bd, avaliada pela expressão $\left(\frac{BD}{bd}\right)^2$; pelo (n.28) da Optica. Por tanto a *luneta astronomica faz vêr os objectos muito mais illuminados do que se vião sem ella*, por isso muito mais distinctos.

49. *A luneta astronomica tambem augmenta a grandeza apparente do objecto, que por ella se vê.* E com effeito, seja C o centro, e B o bordo [fig.17] de hum objecto BC. O ponto C deverá ser visto pelo olho O, que estiver no eixo commum $CDaEO$ das duas lentilhas, que passão pelos pontos D e E: do extremo B imagine-se conduzida para o centro D do objectivo huma recta BD, que produzida encontre o ocular no ponto d; este raio Bd se refrangirá, atravessando a ocular, e sahindo pelo ponto e, convergirá até encontrar o eixo no ponto O. No fóco a, commum ás duas lentilhas D e E, levante-se a perpendicular ab, que encontre Bd no ponto b; e tire-se bE, que será sensivelmente parallela á recta eO; e por tanto será o angulo $eOE = bEa$: mas a imagem do objecto BC he vista debaixo do angulo $eOE = bEa$; e como nos dous triangulos rectangulos Dab e Eab temos $1 : \text{tg}.D :: Da : ab$; e 1:

tg.E : : Ea : ab, será tg.D : tg.E : : Ea : Da; logo tg.E, ou tg.$bEa = \frac{Da}{Ea}$ tg.D; e se forem estes angulos mui pequenos, teremos o ang. $(eOE) = \frac{Da}{Ea}$. ang. (bDa). Por tanto o angulo eOE debaixo do qual se vê a imagem do objecto, he augmentado na razão do raio Da da esfericidade do objectivo para o raio Ea da esfericidade do ocular; e por isso tambem a imagem do objectivo augmentará nesta mesma razão.

50. Ora as lunetas astronomicas augmentão ordinariamente de 70 até 100 vezes a imagem do objecto, e ainda mais: mas isto não quer dizer, que o objecto se deverá vêr 100 vezes maior do que se veria á vista simples; porêm que se verá debaixo de hum angulo 100 vezes maior do que sem a luneta se via; angulo que não determina somente a grandeza da ditta imagem; mas depende tambem da distancia a que suppomos o objecto afastado de nós. He assim que se deve entender toda a expressão, em que se diga, que *huma luneta augmenta* 100; 200; *ou* 300 *vezes o objecto, que por meio della se vé:* pois, neste caso, vale o mesmo, que dizer, que os objectos serão vistos por essa luneta debaixo de hum angulo 100; 200; ou 300 vezes maior do que á vista simples.

51. O angulo eOE, ou (fig.17) o seu signal bEa debaixo do qual se vê a recta ab, que suppomos ser o semidiametro do objecto, que passa pelo fóco commum das duas lentilhas, vem a ser ametade do que se chama *campo da luneta*: e por isso, se imaginarmos, que esta figura gire á roda do eixo immovel CO; então a recta ab, descrevendo neste movimento, hum circulo á roda do ponto a como centro, será a superficie deste circulo o espaço, que se chama *todo o campo da luneta.* Por tanto se a imagem de hum objecto formada no fóco, for maior que o campo da luneta; não poderá ser vista toda a imagem, mas somente parte della. Demais: como nas lunetas de 8 pés de distancia focal; a imagem do sol parecerá ter hum diametro de quasi 11 polegadas, o que excede o diametro do tubo da luneta:

por isso, e por causa do diafragma circular, em que se prendem os fios do reticulo que passa pelo fóco commum, ainda mais se diminue a abertura do tubo; e por tanto ainda vem a ser menor o campo da luneta.

52. Ainda que o diafragma (pelo que se acabou de dizer em o numero antecedente) diminua a abertura do tubo; com tudo tem a vantagem de evitar, que as reflexões e a decomposição da luz feitas na superficie concava do interior do tubo, tornem a imagem do objecto menos bem determinada e distincta, e lhe ajuntem huma especie de iris. E para poder determinar a grandeza do campo da luneta, que tem este diafragma: seja (fig.18) a zona circular *cdbe* o ditto diafragma, no qual estão prezos dous fios mui delgados *bc*, e *de* perpendiculares entre si. Ora sendo *ba* o raio do circulo por onde passa a luz, e igual a recta *ab* da (fig.17); teremos pelo (n.49) que $\text{tg.} E = \frac{ab}{Ea}$: mas como a grandeza do angulo *E*, ou do angulo *bEa* depende da grandeza do raio *ab* do circulo vazio; segue-se pois que he menor o campo da luneta por causa deste diafragma, que se colloca no fóco commum ás duas lentilhas, objectiva e ocular. Acha-se por tanto que o *campo da luneta vem a ser o dobro do angulo* bEa, *que he igual ao dobro do raio do diafragma dividido pelo raio da esfericidade do objectivo, e pelo seno de hum segundo de grau.*

53. Este diafragma (fig.18), em que estão prezos os dous fios perpendiculares *ab* e *de*, faz-se fixo no pequeno tubo, que contem o ocular, outras vezes faz-se fixo no grande tubo, que contêm o objectivo; de maneira, que quando o pequeno tubo se introduz no grande tubo, possa (por algum meio) fazer-se com que o ponto do encruzamento dos dous fios venha a coincidir com o centro commum de esfericidade do vidro objectivo e do ocular: a fim de poder determinar-se o instante de tempo, em que a imagem do objecto, que se observa, chega ao eixo da luneta. He por isso que se põem ordinariamente de hum e de outro lado de hum mesmo diametro *cb* mais dous fios, que lhe sejão parallelos: e tambem se podem pôr outros parallelos ao se-

gundo diametro *ed*; formando-se assim por este ajuntamento de fios encruzados, o que se chama hum *Reticulo.*

54. Serve o reticulo dos 5 fios para observar os instantes dos tempos das passagens de huma mesma estrella [por exemplo] que se move perpendicularmente aos cinco fios; e depois dividindo a somma destes tempos por 5; teremos muito mais aproximadamente o instante da passagem dessa estrella pelo fio do meio; isto he, pelo diametro *cb*, que corresponde ao ponto *a* do eixo da luneta. Querendo, por exemplo, observar-se o instante da passagem de huma estrella pelo meridiano; deverá o observador pôr o diametro *ed* parallelo ao seu horizonte, e o outro diametro *cb* que he então vertical, no plano do seu meridiano: neste caso, a estrella [atravessando o campo da luneta] descreverá ou huma corda parallela ao diametro horizontal *ed*, ou este mesmo diametro; e por tanto far-se-ha a observação dos 5 fios como fica ditto, para achar o instante da passagem pelo fio *cb*, que está no meridiano. Vê-se tambem, que se elle pozer o diametro *ed* parallelo ao equador, verá a estrella descrever huma corda parallela a esse diametro, ou esse mesmo diametro; como he facil de vêr por causa do movimento diurno da esfera estrellada.

55. Accontece porêm, que na observação das estrellas, por causa do grande escuro da noite, não se podem vêr os fios; e por isso he indispensavel, que, por meio de algum artificio, elles se possão vêr distinctamente; e então se diz que he preciso *aclarar os fios.* O que naturalmente lembrou logo: foi collocar por diante do objectivo [fig.16] huma placa *P* de metal de huma figura elliptica, tendo no meio hum buraco tambem elliptico, por onde passa a luz do objecto que se observa, cujo diametro he algum tanto menor, que o diametro objectivo. A luz de huma vela, que se põe de lado do oculo, sendo reflectida na placa, entra no tubo do oculo até o reticulo; e assim vem a ser aclarados os fios: e ainda que haja ou possa haver ou-

tros artificios differentes para aclarar os fios, com tudo não entraremos agora neste detalhe.

Advirta-se porêm que algumas vezes a mesma luz que aclara os fios tem o grande inconveniente de perturbar e confundir a imagem de hum astro que tiver, como tem os cometas, huma luz palida e nebulosa: he então que em lugar do fio vertical se lhe substitue huma placa de metal de huma largura que seja somente sufficiente para o occultar todo na passagem do fio vertical: observando, neste caso, o intervallo de tempo entre a sua immersão, e emersão pela ditta placa.

56. Resta somente agora fallar do achromatismo destas lunetas astronomicas; isto he, da grande invenção que se achou de formar a lentilha objectiva de dous vidros de differente qualidade, cuja reunião evita que a decomposição da luz ajunte á imagem do objecto que se observa, huma especie de irradiação de differentes cores do *arco iris*: de maneira que todo o bordo circular da imagem do objecto nunca podia ficar bem terminado.

Sem dar agora circunstanciadamente a historia desta grande invenção, nem dos celebres mathematicos que nella tanto trabalhárão; diremos somente o resultado que obteve *Dollond* de suas reiteradas experiencias. Elle achou finalmente que, reunindo hum vidro convexo de *crown-glass* com outro vidro concavo de *flint-glass*, se formava hum vidro objectivo, pelo qual passando a luz do objecto observado, se conseguia vêr a imagem desse objecto bem terminada, e sem côr alguma das do *iris*. Tal he a perfeição a que tem chegado a consctucção das Lunetas astronomicas achromaticas; a que tambem se tem dado o nome de *lunetas dioptricas*: porque nellas se empregão somente vidros, em que he refrangida a luz; que he o objecto da Dioptrica.

O

Do Telescopio, ou da Luneta Catoptrica.

57. A Luneta catoptrica (que se chama Telescopio Gregoriano) vem a ser (fig. 19) hum tubo *ABCD* aberto pela parte *CD*, em cujo fundo ha hum espelho concavo *AB*, que tem huma abertura *E*, e este espelho he parte de huma esfera de 4 pés de raio a seu fóco *f*, apartado de 2 pés da superficie do espelho; os raios parallelos *Rm* e *R'n* que entrão pela extremidade *CD*, são reflectidos dos pontos *m* e *n* para o fóco *f*; e deste ponto partindo divergentes, vão encontrar hum pequeno espelho concavo *ab* (de 3 polegadas de fóco); e neste espelho tornando a reflectir-se, vão outra vez convergentes cruzar-se em hum ponto que vem a ser o fóco g (*), do qual partindo divergentes, vão passar pela abertura *E*. Por tanto se nesta abertura houver huma lentilha biconvexa, que tenha por fóco o ditto ponto g, isto he, se o fóco desta lentilha vier a coincidir com o fóco g do espelho *ab*; então os raios divergentes (que sahem de g) depois de atravessarem a ditta lentilha, sahiráõ della parallelos: logo o observador, por meio destes raios parallelos, verá distinctamente o objecto *RR'*; sem ficar invertido.

Estas lunetas, em que se empregão conjunctamente a reflexão e a refracção da luz, chamão-se *Lunetas catadioptricas.*

58. *Ha tambem huma Luneta catadioptrica*, cuja invenção se attribue a Newton (que por isso se chama Telescopio Newtoniano), e que póde ser conveniente para as observações astronomicas em certos casos; e vem a ser a seguinte (fig. 20): Seja *ABCD* hum cylindro recto, que tenha por huma das bases hum espelho de vidro concavo *AB*, ou de metal bem polido, e que

---

(*) Para determinar a distancia *fg* dos dous fócos *f* e *g*; faz-se a proporção seguinte: 24 polegadas são para 3 polegadas, como as mesmas 3 polegadas são para a distancia $fg = \frac{3}{8}$ de polegada.

a outra base *CD* seja aberta; em huma posição conveniente colloca-se hum espelho plano *E*, inclinado ao eixo da luneta de 45°. Supposta esta construcção, vê-se que alguns dos raios *Rp*, e *R'q*, que partem do objecto *RR'*, entrando pela abertura *CD*, irão (depois de se reflectirem nos pontos *p q*) encontrar o espelho plano *E*; e reflectindo-se novamente nos pontos *m* e *n* deste espelho, tomaráõ huma direcção tal, que se cruzaráõ no ponto *o*; e finalmente continuaráõ divergentes a passar por hum buraco, ou abertura, praticada no lado *DA* do tubo cylindrico, como se vê na figura. Ora, he claro (pelo que já se disse) que se estes raios divergentes, que partem do ponto *O*, passarem por huma lentilha biconvexa *L*, sahiráõ depois parallelos para o olho *Q*. Por tanto o observador, depois destas duas reflexões, e duas refracções, verá a imagem do objecto *RR'*: e por isso esta luneta catadioptrica poderá servir para observar em huma direcção horizontal, hum objecto que estivesse no zenith do observador; cuja observação he muito incómmoda; pois sería preciso, que o observador se deitasse de costas para poder por algum tempo estar observando hum astro, que lhe ficasse por cima da sua cabeça. Resta-nos somente dizer agora alguma cousa sobre as lunetas terrestres de que ordinariamente se usa em terra ou a bordo dos navios, para vêr os objectos direitamente, isto he, sem que a sua imagem fique invertida; o que causa confusão a quem quer observar ou vêr os objectos terrestres, ou no mar os navios, e as direcções de seus movimentos.

59. Trataremos finalmente *da luneta terrestre*. Esta luneta faz vêr os objectos, em sua posição natural. A sua construcção em quanto aos dous primeiros vidros, objectivo e ocular, he a mesma que a da fig. 16 da luneta astronomica; porêm como esta faz vêr os objectos invertidos; por isso he preciso ajuntar (fig.21) ao primeiro ocular *M*, mais dous oculares *N* e *P*: de maneira que esta luneta tem hum objectivo *RS*; e o primeiro ocular *M*, o segundo *N*, e o terceiro *P*. Isto posto

(fig.21), os raios de luz, que partindo parallelos do objecto *AB*, atravessão o objectivo *RS* biconvexo, deverão convergir em hum ponto *F* do eixo; e sahindo de *F* divergentes, encontrando a ocular *M*, sahirão della parallelos até encontrar e atravessar a outra lentilha biconvexa *N*, a qual sendo por esses raios atravessada, elles irão convergir em hum outro fóco *f*, do qual partindo divergentes, e atravessando a terceira ocular *TV*, sahem finalmente parallelos ao eixo até o olho *O* do observador. Vê-se por tanto, que o raio, que parte do ponto *A* chega ao ponto *a*; e o que parte de *B* chega a *b*: e por tanto a imagem *ab* do objecto *AB* he vista na mesma posição do seu objecto: o que se pertendia mostrar. Esta luneta tem alêm disso a vantagem de se poderem vêr por meio della clara e distinctamente os objectos que estão a grandes distancias.

Lisboa Na Off. R. Lith. 1836

Lisboa na Off. R. Lith. 1836

Lisboa. Na Off. B. Lith. 1836

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 9

Fig. 10

Fig. 11

Lisboa. Na Off. R. Lith. 1826

Lisboa Na Off. R. Lith. 1836

Lisboa. Na Off. R. Lith. 1836

Lisboa. Na Off. R. Lith. 1836